Расчет диаграммы направленности РАТАН-600 в интенсивности и поляризации с учетом дифракционных эффектов

Е.К Майорова

Special Astrophysical Observatory of the Russian AS, Nizhnij Arkhyz 369167, Russia

Аннотация. Приводятся результаты расчетов элементов матрицы Мюллера радиотелескопа РАТАН-600, связывающих параметры Стокса на входе и выходе антенны, с учетом дифракционных эффектов в пространстве между главным и вторичным зеркалами. Проводится оценка доли линейной и круговой паразитной поляризации от антенны при моделировании прохождения через ее ДН протяженных источников во всем рабочем диапазоне длин волн РАТАН-600 для сфокусированной антенны и при наличи аберраций.

1 Введение.

Одной из важнейших электродинамических характеристик радиотелескопа является диаграмма направленности (ДН) его антенной системы. Антенна, являясь входным устройством любого радиотелескопа существенно влияет на результаты измерений космического излучения. Хорошее знание ДН антенны требуется при исследовании протяженных объектов, при построении радиоизображений космических источников методом апертурного синтеза. Без знания кросс-поляризационных составляющих ДН невозможны качественные поляризационные измерения.

Многократное увеличение чувствительности РАТАН-600 за последнее десятилетие потребовало более детального исследования ДН далеко вне ее оси. Более жесткие требования к расчету ДН в интенсивности и поляризации предъявляются и в связи с предполагаемыми исследованиями анизотропии микроволнового фона на РАТАН-600 на субградусных масштабах, так называемых сахаровских осцилляций реликтового фона (Parijskij, 2000).

Целью настоящей работы был анализ уже имеющихся возможностей по расчету ДН РАТАН-600, создание на основе существующих программ программы расчета диаграммы направленности, в которой учитывались бы такие эффекты, как дифракция электромагнитных волн в пространстве между вторичным и главным зеркалами телескопа, несимметрия ДН рупоров (первичных облучателей) в Е- и Н- плоскостях на поляризационные характеристики радиотелескопа. Кроме того, ставилась задача расчетным путем оценить долю паразитной поляризации при наблюдениях протяженных источников. Поскольку критерием правильности расчета является сравнение с результатами эксперимента, предполагалось провести контрольные измерения ДН в основном режиме работы радиотелескопа, когда одновременно используется лишь часть отражающих элементов главного зеркала, т. е. работает один из его секторов.

2 История вопроса

Антенна радиотелескопа РАТАН-600 это антенна переменного профиля (АПП), у которой форма и ширина ДН меняется в зависимости от высоты наблюдаемого источника. Перемещение луча диаграммы направленности в пространстве происходит не за счет поворота всего отражателя в целом, как в случае параболоидов вращения, а за счет изменения формы кругового отражателя (главного зеркала) и перемещения по радиальным путям вторичного зеркала. При отражении от поверхностей главного и вторичного зеркал электрический вектор падающей волны испытывает развороты, зависящие от координат точек отражения, что приводит к появлению кросс-поляризационных составляющие электрического поля и как следствие — к появлению паразитных поляризационных эффектов в антенне (Есепкина и др., 1961).

Исследованию ДН РАТАН-600 посвящено большое количество работ. Исследования проводились расчетным путем (Есепкина, Бахвалов и др., 1979), (Есепкина, Васильев и др., 1979), (Есепкина и др., 1980), (Есепкина и др., 1982), методами оптического моделирования (Есепкина и др., 1977), (Коржавин, 1977), а также с помощью наблюдений сильных космических источников (Темирова, 1983), (Абрамов, Виняйкин, 1985) (Темирова, 1985), что дало возможность получить достаточно полное представление о ДН как в интенсивности, так и в поляризации.

К основополагающим работам, которые легли в основу всех последующих теоретических исследований ДН АПП, следует отнести работы (Есепкина и др., 1961), (Есепкина, 1972), в которых были выведены основные формулы и впервые рассчитана двумерная ДН радиотелескопа типа РАТАН-600. Было показано, что ДН таких антенн имеет как основную, так и паразитную поляризацию. Для исследования последней в работе (Есепкина, 1972) было предложено использовать метод Мюллера. Элементы матрицы Мюллера связывают параметры Стокса на входе и выходе антенны. Выражения для них в общем виде, полученные в вышеназванной работе, использовались в дальнейшем для расчета поляризационных характеристик Большого пулковского радиотелескопа (Бахвалов и др., 1973) и радиотелескопа РАТАН-600 (Есепкина и др., 1979), (Есепкина и др., 1980), (Есепкина и др., 1982).

В работах (Есепкина и др., 1979), (Есепкина и др., 1980), (Есепкина и др., 1982) авторами были расчитаны ДН и элементы матрицы Мюллера радиотелескопа РАТАН-600 при наличие аберраций в антенне и без них. Диаграммы рассчитывались апертурным методом (Есепкина и др., 1961)). Составляющие полей в раскрывах вторичного и главного зеркал находились в приближении геометрической оптики с использованием матричного метода, который удобен при расчете многозеркальных антенн. В качестве первичного облучателя несимметричного параболического цилиндра рассматривался "скалярный"рупор с симметричными в Е- и Н-плоскостях диаграммами направленности. При расчетах они задавались спадающими по косинусоидальному закону. Диаграммы направленности рассчитывались на БЭСМ-6 в вычислительном центре МГУ и большая их часть в виде графиков хранится в С.-Петербургском филиале САО.

Аналогичный метод расчета ДН был использован и в программах Коржавина А.Н., которые были написаны им для ЕС и в дальнейшем перенесены на ПК. Предварительно, Коржавиным А.Н. были подробно исследованы поляризационные характеристики вторичного зеркала, получены формулы для проекций электрического вектора в цилиндрической волне, формируемой несимметричным параболическим цилиндром, проанализирован вклад в поляризационные эффекты антенны вторичного и главного зеркал при наблюдениях на разных высотах (Коржавин, 1979). На основе полученных формул была написана программа (GSOBX1), которая позволяет рассчитывать распределение поля в апертуре вторичного зеркала с учетом его геометрических и конструктивных характеристик, исходя из ДН первичных облучателей. В качестве подпрограммы она входит в основную программу счета двумерной ДН, с помощью которой рассчитываются элементы матрицы Мюллера M_{11}, M_{41}, а также ДН правой и левой поляризаций M_R, M_L. Программа позволяет рассчитывать ДН РАТАН-600 в режиме одного сектора и в режиме "Южный сектор с плоским отражателем". Однако в ней не учитывается вертикальный размер отражающих элементов главного зеркала, апертура антенны представляется бесконечно тонким кольцом, вследствие чего теряется информация об огибающей вертикальной ДН радиотелескопа.

В работе (Гельфрейх, 1977) был предложен иной алгоритм расчета ДН, суть которого состоит в том, что главное зеркало антенны рассматривалось как многоэлементный интерферометр, элементами которого являются щиты, составляющие отражающую поверхность. Расчет ДН проводится путем суммирования полей сигналов, отраженных от отдельных щитов с учетом фаз, набегающих от фокуса до некоторой плоскости, перпендикулярной направлению на источник и проходящей через центр антенны. Формулы для расчета положений щитов относительно фокуса были выведены в работе (Гельфрейх, 1972). Программа, с помощью которой реализуется данный алгоритм, позволяет рассчитывать двумерную ДН в интенсивности и круговой поляризации при произвольных выносах облучателя из фокуса. Однако, в ней не учитывается вторичное зеркало и его поляризационные эффекты. Характер распределения поля в апертуре задается аналитически. Вертикальный размер щита учтен в работе (Gelfreikh, Opeikina, 2000). Программа удобна для расчетов ДН радиотелескопа в режимах "Эстафета"(Голубчина и Голубчин, 1981) и радиогелиографа (Богод и др., 1988), а также для оценок влияния ошибок установки антенны на форму и качество ДН.

Обзор приведенных работ, показывает, что в настоящее время мы имеем достаточно полное представление о ДН РАТАН-600, кроме того, существуют рабочие программы (Гельфрейха Г.Б. и Коржавина А.Н)., с помощью которых можно рассчитывать отдельные элементы матрицы Мюллера для различных конфигураций антенны. Программа Коржавина была в дальнейшем переписана с FORTRAN на CI и включена в пакет FADPS (Verkhodanov et al., 1993).

Не учтенными при расчете ДН РАТАН-600 остались дифракционные эффекты в пространстве между вторичным и главным зеркалами, влияние несимметрии ДН рупоров в E- и H-плоскостях на поляризационные характеристики радиотелескопа, а также влияние отражения электромагнитных волн от земной поверхности на структуру ДН на длинных волнах. В настоящей работе мы остановимся на первых двух вопросах.

3 Расчет мощностной ДН РАТАН-600 с учетом дифракционных эффектов.

Антенна радиотелескопа изменяет состояние поляризации принимаемого космического радиоизлучения. Связь между параметрами Стокса на входе и выходе антенны можно представить в виде (Есепкина, 1972):

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\circ \\ Q_\circ \\ U_\circ \\ V_\circ \end{bmatrix},$$

где $I_\circ, Q_\circ, U_\circ, V_\circ$ — параметры Стокса входного излучения, I, Q, U, V — параметры Стокса выходного излучения, M — матрица Мюллера, которая определяет поляризационные характеристики антенны для точечного источника. Параметры $I, I_\circ$ определяют интенсивность излучения, параметры $Q, U, V, Q_\circ, U_\circ, V_\circ$ — поляризованные составляющие.

Элемент M_{11} является ДН по мощности для неполяризованного источника радиоизлучения, M_{22} — ДН для линейно поляризованного источника со 100-процентной поляризацией; элементы M_{41}, M_{14} определяют диаграммы паразитной круговой поляризации для неполяризованного источника радиоизлучения, элементы $M_{21}, M_{12}, M_{13}, M_{31}$ — ДН паразитной линейной поляризации; элементы M_{23}, M_{32} характеризуют изменение позиционного угла линейно поляризованного излучения.

В работе (Есепкина и др., 1979) было показано, что при симметричных в Е- и Н-плоскостях диаграммах направленности первичных облучателей отличными от нуля являются только диагональные элементы $(M_{11}, M_{22}, M_{33}, M_{44})$ и элементы, характеризующие переход друг в друга параметров I и V (M_{14}, M_{41}) и Q и U (M_{23}, M_{32}), причем величины M_{11} совпадают с M_{44}, а M_{22} с M_{33}.

Остановимся на расчете матричного элемента M_{11} — мощностной ДН радиотелескопа для неполяризованного излучения. Для расчета используем формулу (Есепкина, 1972):

$$M_{11} = [(f_{xx} f_{xx}^* + f_{yx} f_{yx}^*) + (f_{xy} f_{xy}^* + f_{yy} f_{yy}^*)]/2, \tag{1}$$

где f_{xx} и f_{xy} — диаграммы направленности для основной и кросс- поляризаций при вертикальной поляризации поля облучателя, f_{yy} и f_{yx} — ДН для основной и кросс-поляризаций при горизонтальной поляризации поля облучателя.

Рассмотрим основой режим работы РАТАН-600 одним из секторов кругового отражателя. Геометрия его антенны такова, что, если в горизонтальной плоскости ход лучей можно рассматривать в приближении геометрической оптики, то в вертикальном сечении антенны в пространстве между вторичным и главным зеркалами приближение геометрической оптики для части рабочего диапазона длин волн не выполняется. Расчет распределения поля в вертикальном раскрыве главного зеркала необходимо проводить в дифракционном приближении, как это было сделано при исследовании перископической системы РАТАН-600 (Майорова, Стоцкий, 1981) и при расчете эффективной площади радиотелескопа (Майорова, Стоцкий, 1982). Дифракционные эффекты в зоне Френеля учитывались также при выборе оптимальных размеров зеркал РАТАН-600 (Брауде и др., 1972) и при расчете ДН отражающих элементов главного зеркала в вертикальной плоскости. Для расчета последних Коржавиным А.Н. была написана отдельная программа, в которую в качестве подпрограммы вошла уже упомянутая ранее программа GSOBX1. Учет дифракционных эффектов в зоне Френеля показывает, что при одинаковом синфазном распределении поля на вертикальном раскрыве вторичного зеркала амплитудно-фазовое распределение поля в вертикальном раскрыве главного зеркала сильно зависит от длины волны и высоты наблюдаемого источника (Майорова, Стоцкий, 1981).

Для расчета ортогональных компонент электрического поля A_{ij} в вертикальном раскрыве главного зеркала используем формулу:

$$A_{ij}(\varepsilon, u) = \frac{1}{\sqrt{\lambda\rho(\varepsilon)}} \int_{-b/2}^{b/2} E_{ij}(\varepsilon, t) e^{\frac{-j\pi(u-t)^2}{\lambda\rho}} dt\,, \tag{2}$$

где E_{ij} — компоненты основной поляризации (E_{xx}, E_{yy}) и кросс-поляризации (E_{xy}, E_{yx}) электрического вектора в вертикальном раскрыве вторичного зеркала, b — вертикальный размер вторичного зеркала, ρ — расстояние от фокуса до раскрыва главного зеркала в горизонтальной плоскости, u и ε — полярные координаты в плоскости раскрыва главного зеркала, λ — длина волны.

Компоненты электрического вектора в раскрыве вторичного зеркала при вертикальной (E_{xx}, E_{xy}) и горизонтальной (E_{yy}, E_{yx}) поляризациях поля облучателя рассчитывались по программе GSOBX1. Диаграммы направленности первичных облучателей в Е- и Н-плоскостях задавались симметричными. При наблюдениях со "скалярными"рупорами это условие достаточно хорошо выполняется (Парийский и др., 1973). Программа GSOBX1 была модифицирована для расчета обеих поляризаций на основе формул, приведенных в работе (Коржавин, 1979).

Учитывая, что компоненты основных (A_{xx}, A_{yy}) и кросс-поляризационных (A_{xy}, A_{yx}) составляющих электрического поля в вертикальном раскрыве главного зеркала являются комплексными величинами

$$A_{ij}(\varepsilon, u) = F_{ij}(\varepsilon, u) e^{j\phi_{ij}(\varepsilon, u)} = F^r_{ij}(\varepsilon, u) + jF^i_{ij}(\varepsilon, u), \tag{3}$$

формулы для расчета ДН основной поляризации и кросс-поляризации, приведенные в работе (Есепкина и др., 1979) можно переписать в следующем виде:

$$f_{xx}(\theta, \psi) = \frac{1}{f_{xx}(0,0)} \int_{-\varepsilon_0}^{\varepsilon_0} \int_{-u_0}^{u_0} (F_{xx}(\varepsilon, u) e^{\phi_{xx}(\varepsilon, u)} \cos\varepsilon - F_{xy}(\varepsilon, u) e^{j\phi_{xy}(\varepsilon, u)} \sin\varepsilon) e^{j\Phi(\varepsilon, u, \theta, \psi)} du d\varepsilon, \tag{4}$$

$$f_{xy}(\theta, \psi) = \frac{1}{f_{xx}(0,0)} \int_{-\varepsilon_0}^{\varepsilon_0} \int_{-u_0}^{u_0} (F_{xx}(\varepsilon, u) e^{\phi_{xx}(\varepsilon, u)} \sin\varepsilon + F_{xy}(\varepsilon, u) e^{j\phi_{xy}(\varepsilon, u)} \cos\varepsilon) e^{j\Phi(\varepsilon, u, \theta, \psi)} du d\varepsilon, \tag{5}$$

$$f_{yy}(\theta, \psi) = \frac{1}{f_{yy}(0,0)} \int_{-\varepsilon_0}^{\varepsilon_0} \int_{-u_0}^{u_0} (F_{yy}(\varepsilon, u) e^{\phi_{yy}(\varepsilon, u)} \sin\varepsilon + F_{yx}(\varepsilon, u) e^{j\phi_{yx}(\varepsilon, u)} \cos\varepsilon) e^{j\Phi(\varepsilon, u, \theta, \psi)} du d\varepsilon, \tag{6}$$

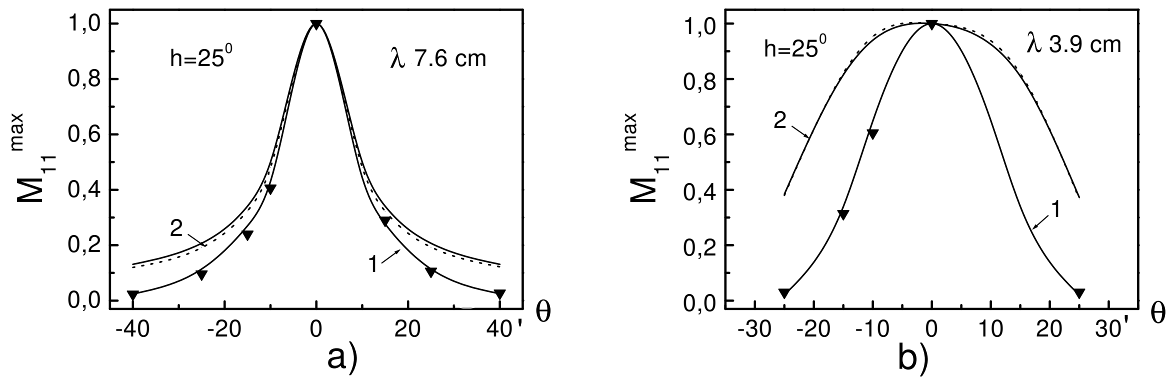

Рис. 1: Максимальные значения ДН в различных горизонтальных сечениях ${M_{11}}^{max}$, нормированные к максимуму ДН в центральном горизонтальном сечении (Y=0, $\psi = 90°$) для волны λ7.6 см (Δx=0) — (a) и для волны λ3.9 см ($\Delta x = 7.8\lambda$) — (b). Кривые 1 — фаза Φ расчитана по формуле (8), кривые 2 — по формуле (9). Пунктирные линии — ДН рассчитана без учета вертикального размера щита, треугольники — экспериментальные значения ${M_{11}}^{max}$, полученные из наблюдений источника PKS1830-211 ($h = 25°$)

$$f_{yx}(\theta,\psi) = \frac{1}{f_{yy}(0,0)} \int_{-\varepsilon_0}^{\varepsilon_0} \int_{-u_0}^{u_0} (F_{yy}(\varepsilon,u) e^{\phi_{yy}(\varepsilon,u)} \cos\varepsilon - F_{yx}(\varepsilon,u) e^{j\phi_{yx}(\varepsilon,u)} \sin\varepsilon) e^{j\Phi(\varepsilon,u,\theta,\psi)} du d\varepsilon, \tag{7}$$

Выражение для фазы Φ запишем в следующем виде:

$$\Phi(\varepsilon,u,\theta,\psi) = -\frac{2\pi}{\lambda}[\frac{P}{\sin h}(X\sin\varepsilon + Y\cos\varepsilon) + u(X\sin\varepsilon + Y)], \tag{8}$$

$X = \sin\theta\sin\psi, Y = \sin\theta\cos\psi$, где θ, ψ — угловые сферические координаты точки наблюдения, h — высота наблюдаемого источника, P — параметр антенны.

При работе радиотелескопа одним сектором апертура антенны представляет собой часть кольца шириной $2u_0$ и угловым размером $2\varepsilon_0$. $2u_0 = H\cos(h/2)$, где H — высота щита, $2\varepsilon_0$ определяется количеством выставленных щитов и характером облучения главного зеркала.

Фаза Φ вычислялась по формуле (8), несколько отличной от приведенной в работе (Есепкина и др., 1979):

$$\Phi(\varepsilon,u,\theta,\psi) = -\frac{2\pi}{\lambda}[(\frac{P}{\sin h} + u)(X\sin\varepsilon + Y\cos\varepsilon)] \tag{9}$$

Здесь мы предлагаем компромиссный вариант между подходами, реализованным в работах (Есепкина и др., 1961) и (Есепкина и др., 1979). Поскольку распределение поля в раскрыве главного зеркала зависит от двух координат (ε и u), разделить переменные и представить двойной интеграл в формулах (4—7) произведением двух интегралов, как это было сделано в работе (Есепкина и др., 1961) не удается. Учитывая, однако, что распределение поля в вертикальных сечениях антенны слабо зависит от координаты ε, мы вносим некоторые изменения в расчет фазы Φ. То, что в результате такого подхода расчетная ДН лучше соласуется с экспериментальной, иллюстрирует рис.1.

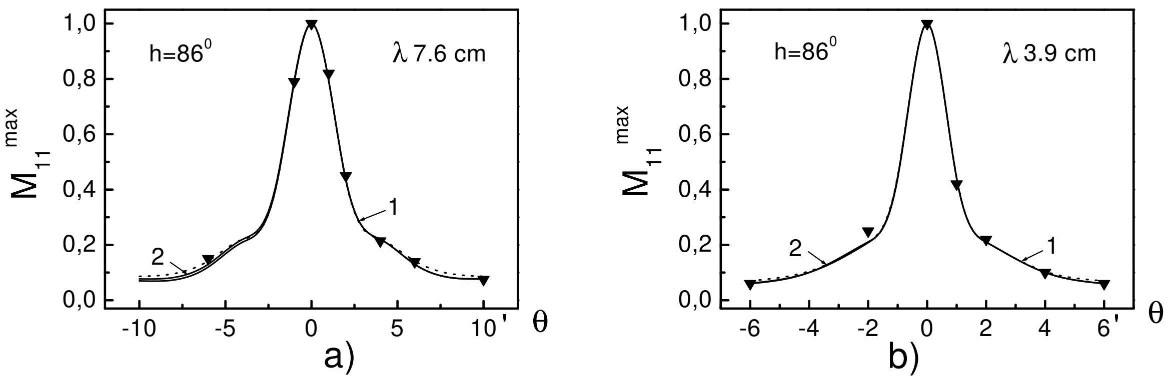

Рис. 2: Максимальные значения ДН в различных горизонтальных сечениях $M_{11}{}^{max}$, нормированные к максимуму ДН в центральном горизонтальном сечении (Y=0, $\psi = 90°$) для волны λ7.6 см (Δx=0) — (a) и для волны λ3.9 см ($\Delta x = 7.8\lambda$) — (b). Кривые 1 — фаза Ф расчитана по формуле (8), кривые 2 — по формуле (9). Пунктирные линии — ДН рассчитана без учета вертикального размера щита, треугольники — экспериментальные значения $M_{11}{}^{max}$, полученные из наблюдений источника TEX2005+403 ($h = 86°$)

На рис.1 показаны максимальные значения диаграмм направленности $M_{11}{}^{max}$ в различных горизонтальных сечениях ($Y \neq 0$), нормированные к максимуму ДН в центральном горизонтальном сечении (Y=0, $\psi = 90°$) для волны λ7.6 см (a) и для волны λ3.9 см (b). По оси абсцисс отложены положения этих сечений относительно центрального в угловой мере (θ). Первичный облучатель на волну λ 7.6 см находился в фокусе антенны ($\Delta x = 0$), на волну λ 3.9 см был вынесен из фокуса на $\Delta x = 7.8\lambda$. Фаза Ф рассчитывалась по формуле (8) — кривая 1 и по формуле (9) — кривая 2. Пунктирной линией показаны зависимости $M_{11}{}^{max}(\theta)$, рассчитанные без учета вертикального размера шита, треугольниками — экспериментальные значения $M_{11}{}^{max}$, полученные с помощью наблюдений точечного источника PKS1830-211 ($h = 25°$) при прохождении его через ДН РАТАН-600 в различных горизонтальных сечениях. Отметим, что для сфокусированной антенны зависимости $M_{11}{}^{max}(\theta)$ представляют собой вертикальные ДН радиотелескопа, поскольку максимумы ДН различных горизонтальных сечений лежат в одной вертикальной плоскости (X=0, ψ=0).

Как видно из рисунка, экспериментальные точки очень хорошо ложатся на кривые 1, расчитанные по формулам (1 — 8) как для сфокусированной антенны (λ 7.6 см), так и для антенны с поперечными аберрациями (λ 3.9 см). ДН на волне λ7.6 см, рассчитанная по формуле (9) (кривая 2 на рис.1(a)), имеет расхождения с экспериментальными точками на краях, а зависимость $M_{11}{}^{max}(\theta)$ на волне λ3.9 см (кривая 2 на рис.1(b) не совпадает с экспериментальными точками во всем диапазоне изменения угла θ. Кроме того совпадают ДН, рассчитанные по формуле (9) (кривые 2) и ДН, рассчитанные без учета вертикального размера щита (пунктирные линии), хотя при расчете первых вертикальный размер щита учитывался.

Аналогичные кривые были рассчитаны для высоты $h = 86°$ (рис.2). Экспериментальные точки получены из наблюдений точечного источника TEX2005+403 ($h = 86°$). Как оказалось, на этой высоте все кривые практически совпадают и хорошо согласуются со значениями $M_{11}{}^{max}$, полученными из наблюдений.

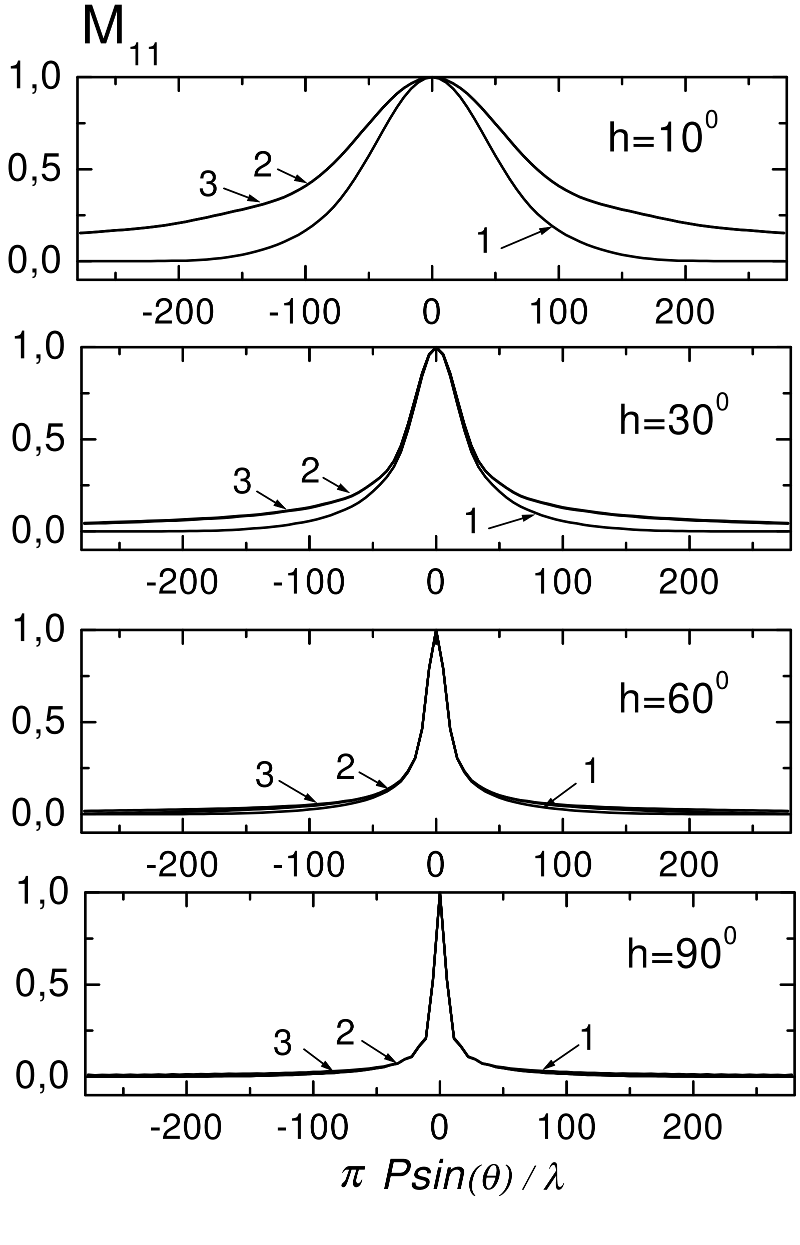

Рис. 3: Вертикальные ДН, рассчитанные в приближении геометрической оптики. Кривые 1 — фаза Ф расчитана по формуле (8), кривые 2 — по формуле (9), кривые 3 — расчет ДН без учета вертикального размера щита.

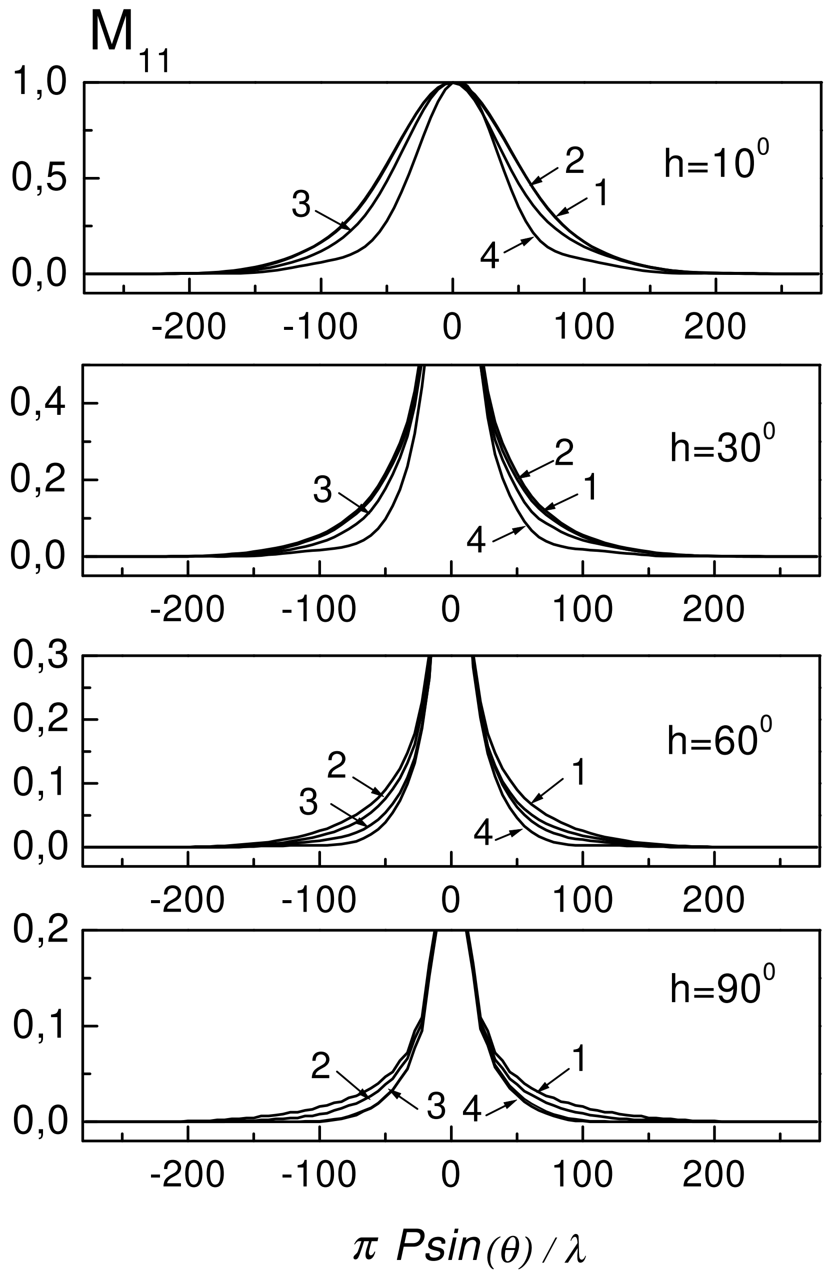

Рис. 4: Вертикальные ДН, рассчитанные в дифракционном приближении на волнах $\lambda 4$ см, 8 см, 16 см и 32 см (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно)

На рис.3 показаны рассчетные вертикальные диаграммы направленности радиотелескопа $M_{11}(\theta)$ для высот $h = 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. ДН рассчитывались в приближении геометрической оптики как функции от $(\pi P \sin\theta/\lambda)$. В этом приближении распределение поля на вертикальном раскрыве щита с точностью до множителя $1/\rho$ совпадает с распределением поля на вертикальном раскрыве несимметричного параболического цилиндра. Из графиков, приведенных на рис.3, видно, что ДН, рассчитанные по формуле (9) с учетом вертикального размера щита (кривые 2) совпадают с ДН, рассчитанными без учета вертикального размера щита (кривые 3). Кроме того, они оказываются более протяженными, чем ДН, расчитанные по формуле (8) (кривые 1). Различия проявляются тем сильнее, чем меньше высота источника. Связано это с тем, что на низких высотах величина $P/\sin h$ на порядки превышает величину u_0 и не хватает точности счета, чтобы учесть влияние вертикального размера щита.

Тот факт, что измеренные вертикальные ДН на низких углах оказываются менее протяженными, чем это вытекает из расчетов (Есепкина и др., 1979), отмечался рядом наблюдателей. Расхождение между теорией и экспериментом можно обнаружить, если сравнить результаты работы (Темирова, 1983) и работы (Есепкина и др., 1979). На низких высотах ($h \leq 30^\circ$) измеренные вертикальные ДН (Темирова, 1983) по уровню 0.2 и ниже оказываются существенно более узкими, чем расчетные (Есепкина и др., 1979), в то время как по уровню половины мощности расхождений не наблюдается.

Остановимся теперь на влиянии дифракционных эффектов на форму ДН РАТАН-600. На рис.4 приведены вертикальные ДН, рассчитанные с учетом дифракционных эффектов в пространстве между вторичным и главным зеркалами на волнах $\lambda = 4$ см, 8 см, 16 см и 32 см (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно). ДН рассчитывались по формулам (1 — 8) для высот $h = 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. Вертикальный размер щита принимался равным 11.1 м. ДН первичных облучателей задавались одинаковыми для всех длин волн. Поскольку вертикальные ДН представлены как функции от $(\pi P \sin\theta/\lambda)$, они не должны зависеть от длины волны, если выполняется приближение геометрической оптики. Кривые на рис.4 различаются, что связано с влиянием дифракционных эффектов на форму ДН. Наиболее существенно это влияние проявляется на низких высотах. На волне $\lambda 32$ см при $h = 10^\circ$ происходит не только сужение ДН, но и смещение ее максимума. На средних и высоких углах влияние дифракционных эффектов выражено слабо, но и здесь форма ДН несколько различна на разных длинах волн. Чтобы показать эти изменения, на высотах $h = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ нормированные мощностные ДН приведены ниже уровней 0.5, 0.3 и 0.2 соответственно.

На рис.5 и 6 приведены изофоты элемента M_{11} (мощностной ДН) на волне λ 32 см для высот источников $h = 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$. На рис.5 слева показаны ДН для сфокусированной антенны, справа — ДН при поперечном выносе первичного облучателя из фокуса ($\Delta x = 5\lambda$). ДН рассчитывались в дифракционном приближении по формулам (1)— (8) (рис.5(a), 6(a)), в приближении геометрической оптики с применением формулы (8) для расчета фазы (рис.5(b), 6(b)) и в приближении геометрической оптики по формуле (9) (рис.5(c), 6(c)), как это было сделано в работе (Есепкина и др., 1979). ДН нормированы к $M_{11}(0,0)$, изофоты проведены с шагом 0.1.

Из приведенных рисунков видно, что на низких высотах размеры и форма диаграмм направленности, рассчитанных в дифракционном приближении и в приближении геометрической оптики с использованием формул (8) и (9), различаются. Различия тем существеннее, чем меньше высота источника. При переходе от рис.5(c),6(c) к рис.5(b),6(b)

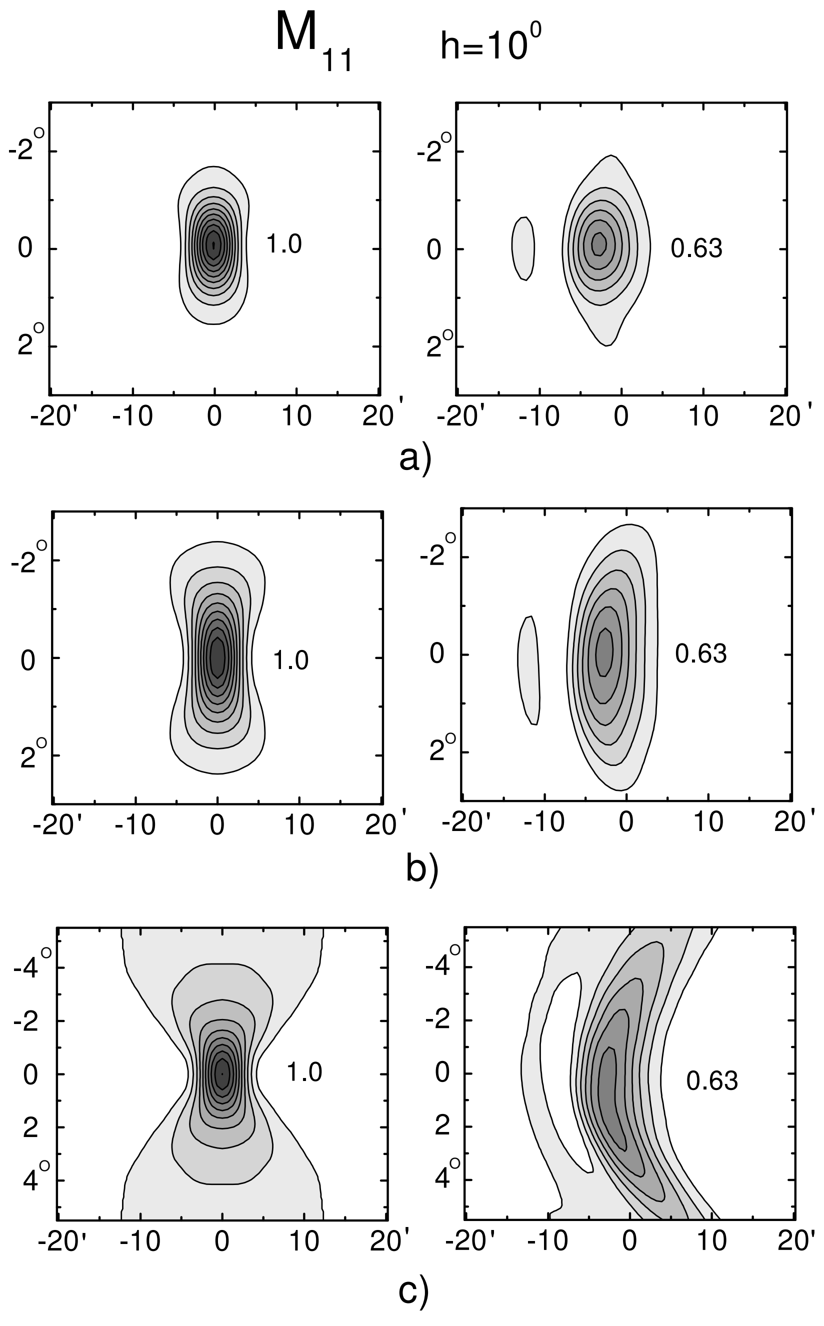

Рис. 5: Мощностные ДН (M_{11}) на волне λ32 см, рассчитанные a) — в дифракционном приближении по формулам (1—8), b) — в приближении геометрической оптики по формуле (8) для фазы Φ, c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9) для фазы Φ. ДН нормированы к $M_{11}(0,0)$, цифрами обозначены их максимальные значения. Изофоты проведены с шагом 0.1. Слева — $\Delta x = 0$, справа — $\Delta x = 5\lambda$.

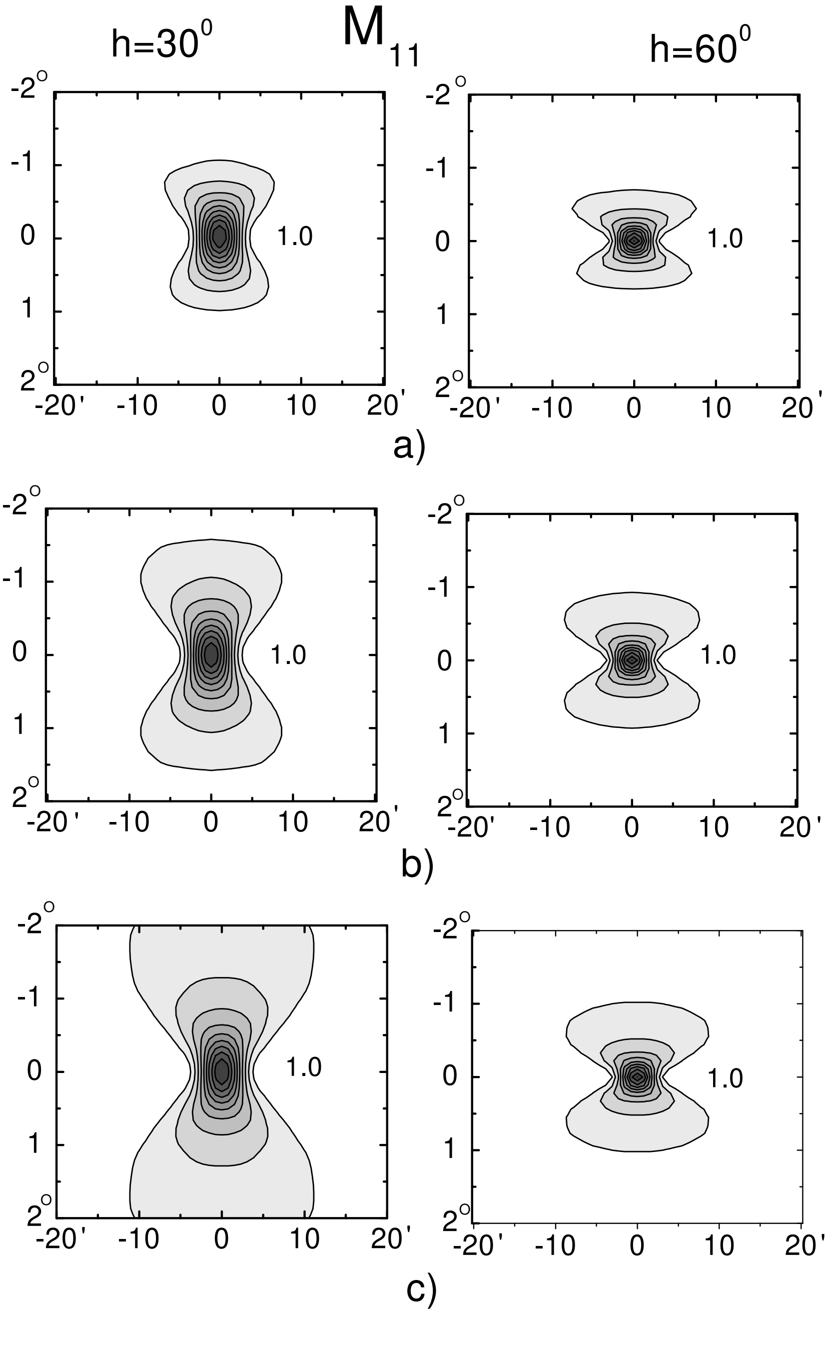

Рис. 6: Мощностные ДН (M_{11}) на волне λ32 см, рассчитанные a) — в дифракционном приближении по формулам (1—8), b) — в приближении геометрической оптики по формуле (8) для фазы Φ, c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9) для фазы Φ. ДН нормированы к $M_{11}(0,0)$, цифрами обозначены их максимальные значения. Изофоты проведены с шагом 0.1. (Δ x = 0).

и, наконец, к рис.5(a),6(a) уменьшается телесный угол, занимаемый ДН, она становится менее протяженной. Эффект этот наблюдается как при сфокустрованной антенне, так и при наличие аберраций.

На высотах, близких к $h = 90°$, диаграммы направленности, рассчитанные в дифракционном приближении и в приближении геометрической оптики, практически совпадают, как совпадают и результаты расчетов по формулам (8) и (9). Связано это с тем, что вблизи зенита форма ДН в вертикальной плоскости определяется глубиной раскрыва антенны, которая на этих высотах в несколько раз превышает вертикальный размер щита, так что влияние последнего становится пренебрежимо малым. Влияние огибающей щита на форму ДН увеличивается с уменьшением высоты источника, и при $h = 0°$ вертикальная ДН радиотелескопа полностью определяется эффективным вертикальным размером щита. На коротких волнах, где влияние дифракционных эффектов мало и выполняется приближение геометрической оптики, сужение ДН обусловлено более корректным учетом ширины кольца главного зеркала (размером щита). С ростом длины волны начинает сказываться влияние дифракционных эффектов, что приводит к дополнительному сжатию ДН, а также к некоторому смещению максимума ДН в вертикальной плоскости (λ 32 см).

4 Расчет поляризационных характеристик РАТАН-600 с учетом дифракционных эффектов.

Расчет элементов матрицы Мюллера M_{41} и M_{32} проводился по формулам (Есепкина и др., 1972):

$$M_{41} = [(f^*_{xx} f_{xy} - f_{xx} f^*_{xy}) + (f^*_{yx} f_{yy} - f_{yx} f^*_{yy})]/2, \tag{10}$$

$$M_{32} = [(f^*_{xx} f_{xy} + f_{xx} f^*_{xy}) - (f^*_{yx} f_{yy} + f_{yx} f^*_{yy})]/2. \tag{11}$$

Для рассчета f_{ij} использовались формулы $(2 - 8)$. Расчеты проводились для симметричных в E- и H- плоскостях ДН первичных облучателей. Изофоты элементов M_{32}, M_{41} на волне $\lambda 32$ см для высот $10°, 30°, 60°$ показаны на рис.7, 8, 9, 10. На рис.7 и 9 слева рассмотрен случай сфокусированной антенны, справа — при поперечном выносе первичного облучателя из фокуса на 5λ. Элементы матрицы Мюллера на рис. 7(a)—10(a) расчитаны в дифракционном приближении по формулам ((2)—(8), на рис.7(b)—10(b) — в приближении геометрической оптики с применением формулы (8) для расчета фазы, на рис.7(c)—10(c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9). Значения элементов M_{41} и M_{32} нормированы к $M_{11}(0, 0)$, на рисунках приведены их максимальные (минимальные) значения. Светлые области соответствуют положительным значениям матричных элементов, темные — отрицательным.

На рис.11 приведены максимальные значения матричных элементов M_{41}, M_{32} в зависимости от высоты источника на волне λ 32 см, расчитанные в дифракционном приближении. Сплошная линия соответствует ${M_{32}}^{max}$ в верхней полуплоскости, пунктирная — ${M_{32}}^{max}$ в нижней полуплоскости.

Как видно из представленных на рис.7—10 изофот, матричные элементы M_{32} и M_{41} претерпевают те же изменения, что и элемент M_{11}, а именно, при корректном учете

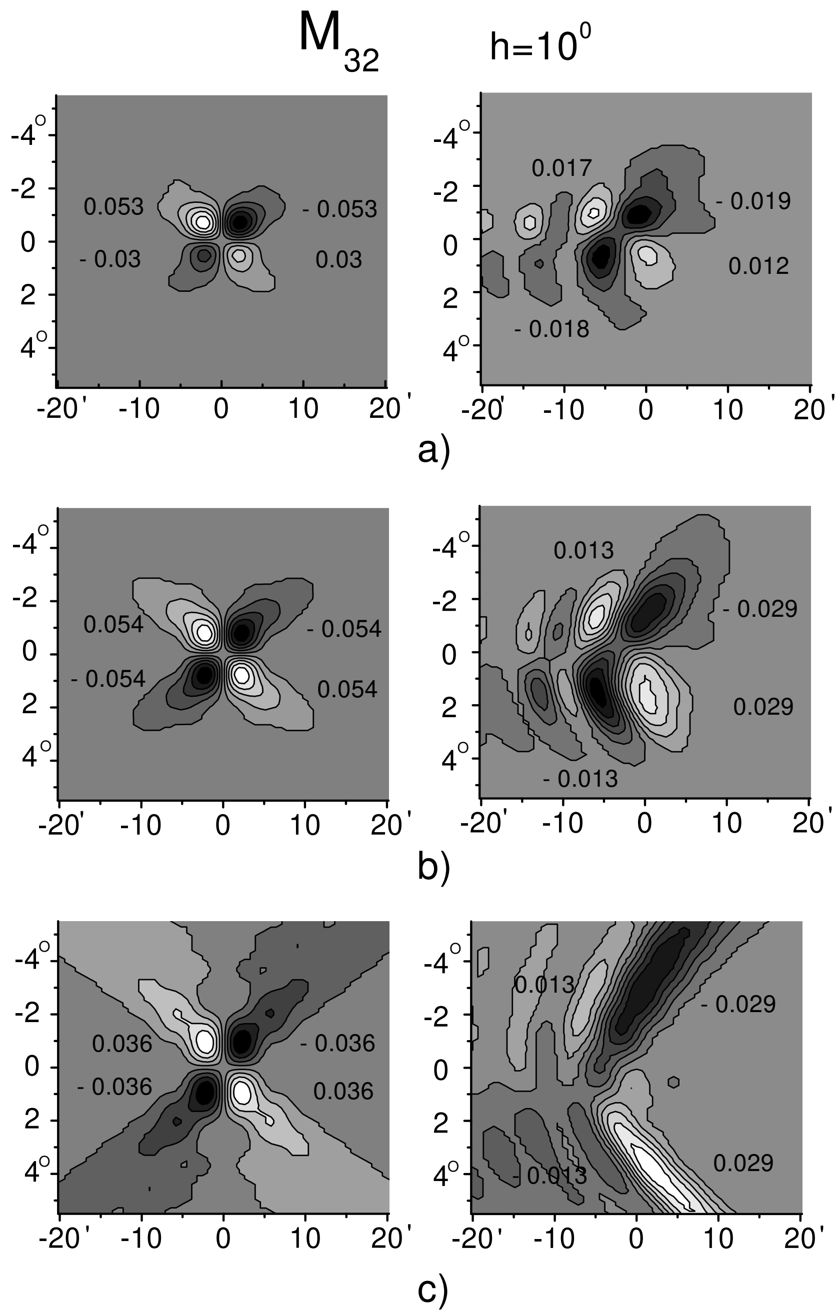

Рис. 7: Изофоты элемента M_{32} на волне λ 32 см, рассчитанные a) — в дифракционном приближении по формулам (1—8), b) — в приближении геометрической оптики по формуле (8) для фазы Φ, c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9) для фазы Φ. Слева — $\Delta x = 0$, справа — $\Delta x = 5\lambda$. Элементы M_{32} нормированы к $M_{11}(0, 0)$, цифрами обозначены их максимальные и минимальны значения. Светлые области соответствуют положительным значениям M_{32}, темные — отрицательным. Изофоты проведены с шагом 0.01 ($\Delta x = 0$) и с шагом 0.005 ($\Delta x = 5\lambda$).

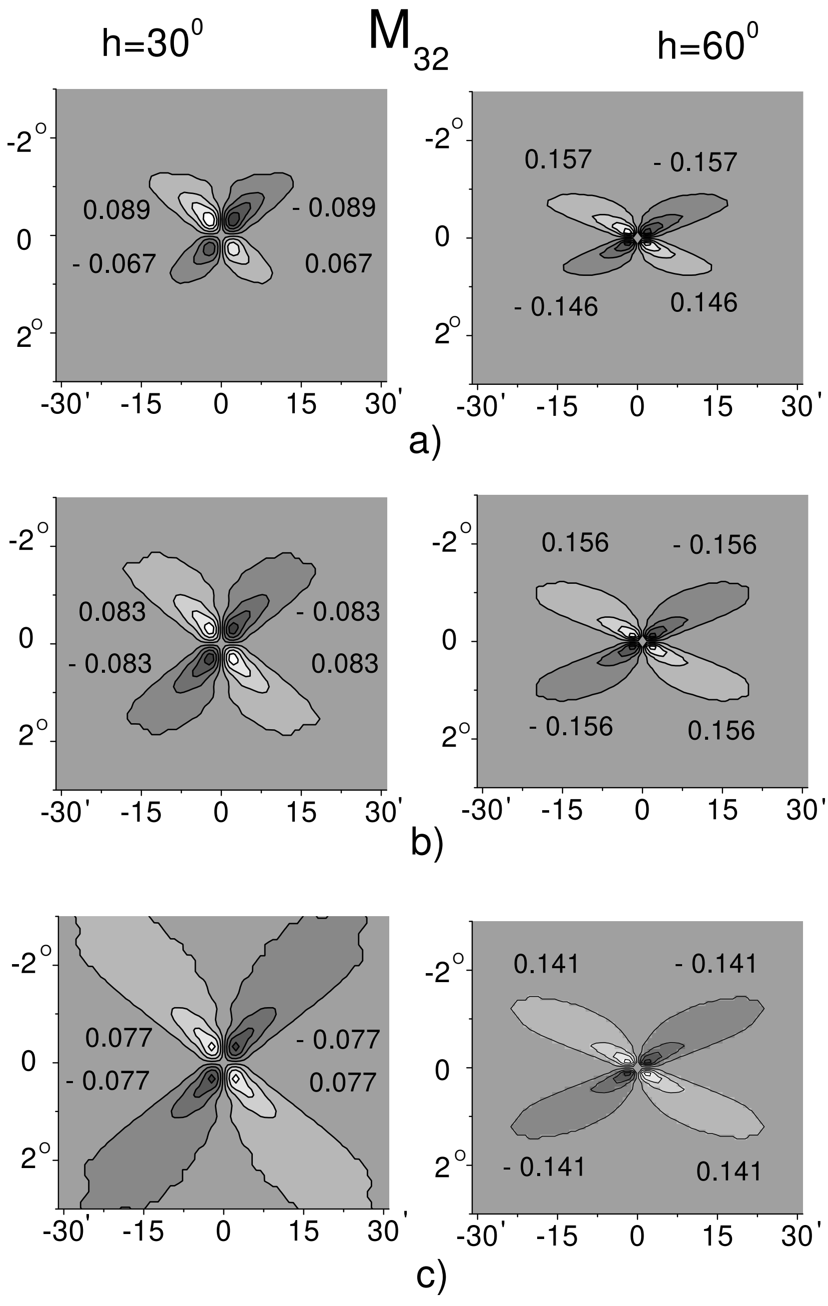

Рис. 8: Изофоты элемента M_{32} на волне λ 32 см, рассчитанные (a) — в дифракционном приближении по формулам (1—8), (b) — в приближении геометрической оптики по формулы (8) для фазы Φ, (c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9) для фазы Φ. Элементы M_{32} нормированы к $M_{11}(0,0)$, цифрами обозначены их максимальные и минимальные значения. Светлые области соответствуют положительным значениям M_{32}, темные — отрицательным. Изофоты проведены с шагом 0.02 ($h = 30°$) и с шагом 0.035 ($h = 60°$). ($\Delta x = 0$).

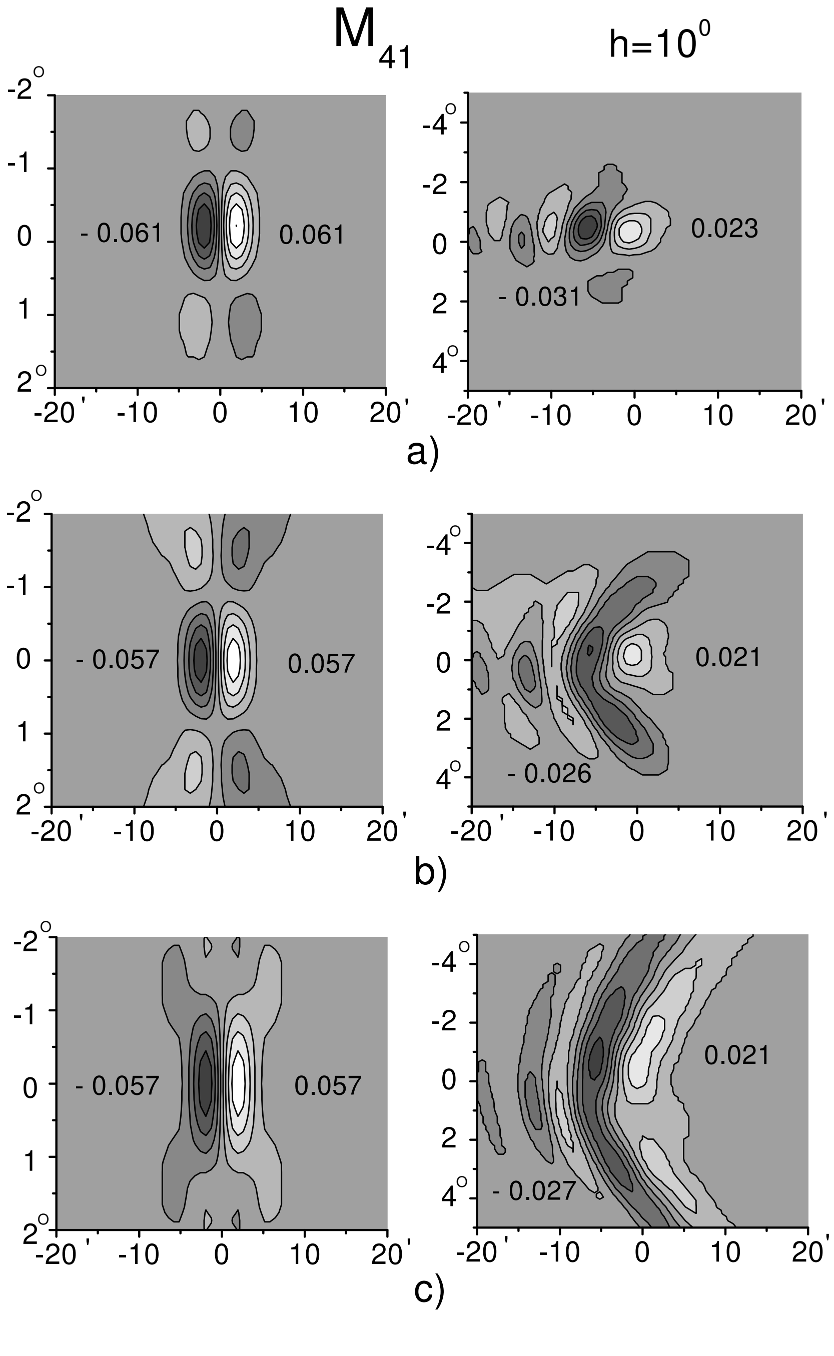

Рис. 9: Изофоты элемента M_{41} на волне λ 32 см, рассчитанные a) — в дифракционном приближении по формулам (1—8), b) — в приближении геометрической оптики по формуле (8) для фазы Φ, c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9) для фазы Φ. Слева — $\Delta x = 0$, справа — $\Delta x = 5\lambda$. Элементы M_{41} нормированы к $M_{11}(0,0)$, цифрами обозначены их максимальные и минимальны значения. Светлые области соответствуют положительным значениям M_{41}, темные — отрицательным. Изофоты проведены с шагом 0.013 ($\Delta x = 0$) и с шагом 0.007 ($\Delta x = 5\lambda$).

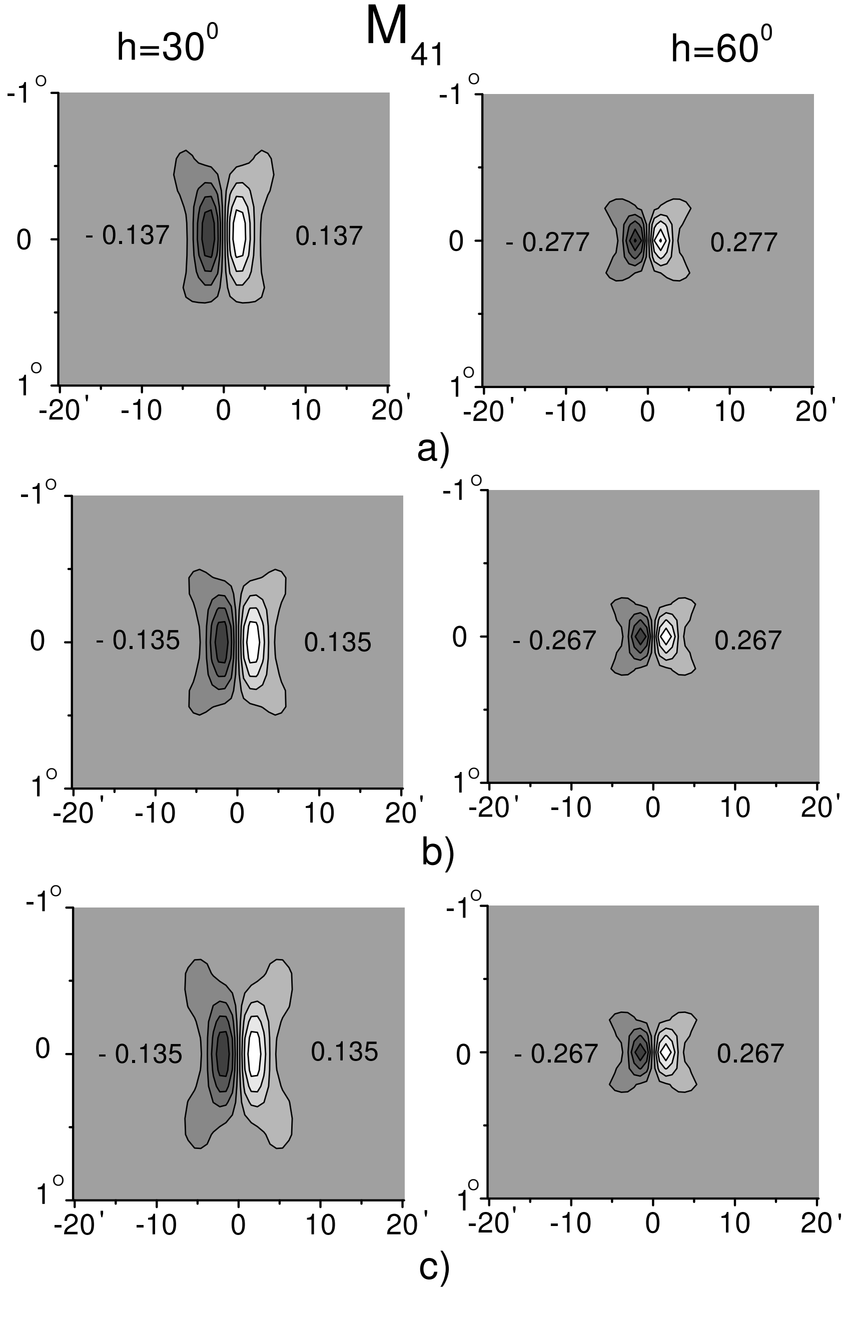

Рис. 10: Изофоты элемента M_{41} на волне λ 32 см, рассчитанные a) — в дифракционном приближении по формулам (1—8), b) — в приближении геометрической оптики по формуле (8) для фазы Φ, c) — в приближении геометрической оптики по формуле (9) для фазы Φ. Элементы M_{41} нормированы к $M_{11}(0,0)$, цифрами обозначены их максимальные и минимальные значения. Светлые области соответствуют положительным значениям M_{41}, темные — отрицательным. Изофоты проведены с шагом 0.03 ($h = 30°$) и с шагом 0.06 ($h = 60°$). ($\Delta x = 0.$)

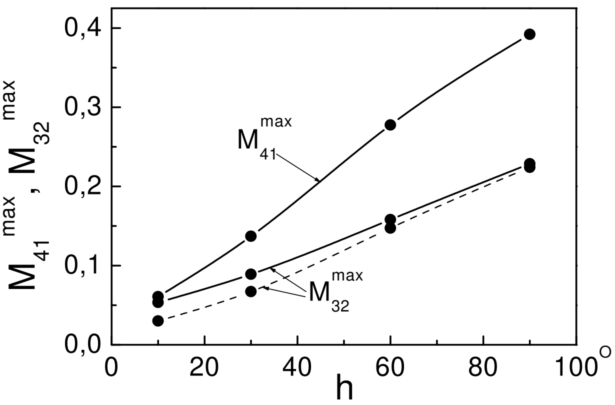

Рис. 11: Максимальные значения матричных элементов M_{41} и M_{32} на волне λ 32 см, расчитанные в дифракционном приближении, в зависимости от высоты источника h. Сплошная линия соответствует ${M_{32}}^{max}$ в верхней полуплоскости, пунктирная — ${M_{32}}^{max}$ в нижней полуплоскости.

вертикального размера щита и дифракционных эффектов в зоне Френеля они становятся менее протяженными. Эффект этот тем значительнее, чем меньше высота источника. Кроме того, у элементов M_{32} и M_{41} наблюдаются и другие изменения, а именно, меняются их максимальные (минимальные) значения по сравнению с полученными в приближении геометрической оптики. Так абсолютная величина максимальных (минимальных) значений элемента M_{41} возрастает от 3% до 10% в зависимости от длины волны и высоты источника. Изменения эти тем значительнее, чем меньше угол h. При этом соотношение $|{M_{41}}^{min}|=|{M_{41}}^{max}|$ для сфокусированной антенны не нарушается и при учете дифракционных эффектов.

Элемент M_{32} представляет собой квадруполь с двумя положительными и двумя отрицательными экстремумами. В приближении геометрической оптики при сфокусированной антенне максимальные и минимальные значения M_{32} равны по абсолютной величине. Расчет по формуле (8) приводит к росту их абсолютных значений, в основном на низких углах, по сравнению со значениями, полученными по формуле (9), однако антисимметрия элемента M_{32} не нарушается, ($|{M_{32}}^{min}|=|{M_{32}}^{max}|$. При учете дифракционных эффектов происходит нарушение антисимметрии элемента M_{32} относительно центрального горизонтального сечения ($X=0$). Максимальные (минимальные) значения M_{32} в верхней полуплоскости отличаются от минимальных (максимальных) значений в нижней полуплоскости по абсолютной величине. Как показали расчеты, отличия эти на коротких волнах ($\lambda \leq 8$ см) составляют $1 \div 6\%$, на длинных волнах — от 3% до 50%. Наиболее сильно нарушение антисимметрии элемента M_{32} проявляется на волне $\lambda 32$ см на высотах, $h < 30°$ (до 50%) (рис.11). Подобные эффекты наблюдаются как при сфокусированной антенне, так и при наличии аберраций в антенной системе.

Нарушение антисимметрии элемента M_{32} относительно центрального горизонтального сечения связано с паразитными поляризационными эффектами вторичного зеркала, которые наиболее сильно проявляются на низких высотах, а также с увеличением влияния вертикального размера щита на ДН. С ростом длины волны нарушение антисимметриии увеличивается, поскольку возрастает эффективный вертикальный размер

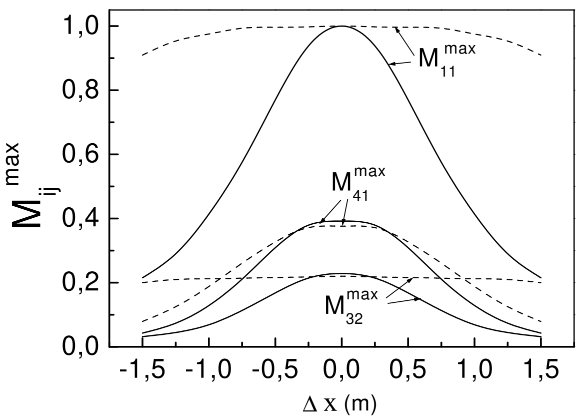

Рис. 12: Зависимости $M_{11}{}^{max}$, $M_{41}{}^{max}$ и $M_{32}{}^{max}$ от величины поперечного выноса первичного облучателя из фокуса Δx в дифракционном приближении (сплошные линии) и в приближении геметрической оптики (пунктирные линии).

отражающих элементов главного зеркала, а также несимметрия амплитудно-фазового распределения поля в его вертикальном раскрыве, обусловленная несимметричностью вторичного зеркала.

Нарушение антисимметрии элемента M_{32} наблюдается также при значительных выносах первичного облучателя из фокуса на высотах, близких к зениту, где антенна имеет большую безаберрационную зону (Стоцкий, 1972). Так на волне $\lambda 1$ см на высотах, близких к 90°, возможны поперечные выносы облучателя из фокуса на $100 \div 150\lambda$ ($1 \div 1.5$ м) (Majorova, Khaikin, 2000). Учет дифракционных эффектов приводит к тому, что при таких выносах значения $|M_{32}{}^{max}|$ ($|M_{32}{}^{min}|$) в верхней полуплоскости могут превысить значения $|M_{32}{}^{min}|$ ($|M_{32}{}^{max}|$) в нижней полуплоскости на 25% на волне $\lambda 1$ см, в то время как для сфокусированной антенны это превышение составляет не более 0.06%. Однако, при этом абсолютные значения $|M_{32}{}^{max}|$ ($|M_{32}{}^{min}|$) при Δx=$1 \div 1.5$ м существенно уменьшаются по сравнению с их значеиями, полученными в приближении геометрической оптики (рис.12).

На на рис.12 показаны зависимости $M_{11}{}^{max} = \mathrm{f}(\Delta x)$, $M_{32}{}^{max} = \mathrm{f}(\Delta x)$, $M_{41}{}^{max} = \mathrm{f}(\Delta x)$ (так называемые аберрационные кривые) на волне $\lambda 1$ см для $h = 90°$. Сплошные линии соответствуют дифракционному приближению, пунктирные - приближению геометрической оптики. Как видно из графиков, учет дифракционных эффектов приводит к сужению безаберрационной зоны радиотелескопа вблизи зенита. Связано это с тем, что при очень больших выносах первичного облучателя из фокуса увеличивается вклад краев антенны, где несимметрия вертикального распределения поля главного зеркала максимальна из-за недооблучения верхнего края вторичного зеркала (Коржавин, 1979). Для высот $h < 80°$, где безаберрационная зона антенны невелика ($< 10\lambda$), аберрационные кривые, рассчитанные с учетом дифракционных эффектов в пространстве между вторичным и главным зеркалами полностью совпадают с аберрационными кривыми, полученными в приближении геометрической оптики без учета вертикального размера щита (Majorova, Khaikin, 2000).

5 Оценка доли паразитной поляризации от антенны при прохождении протяженного источника через ДН радиотелескопа

Оценим долю паразитной поляризации от антенны при прохождении протяженных источников через ДН радиотелескопа РАТАН-600. Остановимся на случае симметричных в Е- и Н- плоскостях ДН первичных облучателей. Протяженные источники моделировались гауссианами, размеры которых несколько превышают размеры мощностной ДН радиотелескопа на заданной длине волны. Доля паразитной поляризации P_{ij} рассчитывалась как отношение максимального значения свертки элемента M_{ij} с гауссианой к максимальному значению свертки элемента M_{11} с той же гауссианой.

Расчеты проводились во всем диапазоне длин волн РАТАН-600 ($\lambda = 1, 4, 8, 16, 32$ см) на высотах $10°, 30°, 60°, 90°$ для сфокусированной антенны и при продольных выносах первичного облучателя из фокуса. На коротких волнах величина выноса первичного облучателя из фокуса ограничивалась падением сигнала до уровня 0.4 от максимума ДН сфокусированной антенны, на длинных волнах — размерами каретки (1 м — 1.6 м в зависимости от типа облучателя).

Расчеты показали, что доля паразитной круговой поляризации P_{41} слабо зависит от длины волны, но имеет существенную зависимость от высоты наблюдаемого источника. При $h = 10°$ она не превышает 0.7%, при $h = 30°$ — 2%, при $h = 60°$ — 3%. Наибольших значений P_{41} достигает на высотах, близких к 90°. В диапазоне волн $\lambda = 1 \div 4$ см при выносах $\Delta x = 20 \div 100\lambda$ значения эти составляют $3 \div 5\%$.

Свертка гауссианы с матричным элементом M_{32}, рассчитанным в приближении геометрической оптики, дает нулевое значение. Учет дифракционных эффектов приводит к нарушению антисимметрии и, как следствие, к появлению паразитной поляризации как для сфокусированной антенны, так и для антенны с аберрациями. На волнах $\lambda = 1 \div 1.38$ см доля паразитной поляризации P_{32} не превышает $0.1 \div 0.2\%$ даже при значительных выносах первичного облучателя из фокуса (вплоть до 1.5 м). На волнах $\lambda = 4 \div 32$ см P_{32} не превышает 1.6% при сфокусированной антенне и 4% — при наличии поперечных аберраций. Доля линейной паразитной поляризации возрастает с увеличением высоты источника и максимальна на высотах $h = 60° \div 90°$ $(1 \div 4\%)$.

Проведем расчет матричных элементов M_{21} и M_{31}, а также оценим долю паразитной поляризации P_{21} и P_{31}, обусловленную несимметрией ДН рупоров в Е- и Н- плоскостях, при прохождении через ДН радиотелескопа неполяризованного протяженного источника.

Расчет матричных элементов M_{21} и M_{31} проводился по формулам (Есепкина, 1972):

$$M_{21} = [(f^*_{xx} f_{xx} + f_{yx} f^*_{yx}) - (f^*_{xy} f_{xy} + f_{yy} f^*_{yy})]/2, \tag{12}$$

$$M_{31} = [(f^*_{xx} f_{xy} + f_{xx} f^*_{xy}) + (f^*_{yx} f_{yy} + f_{yx} f^*_{yy})]/2. \tag{13}$$

Для рассчета f_{ij} использовались формулы (2 — 8).

При симметричных относительно поляризации ДН рупоров значения этих элементов равны нулю. Доля линейной паразитной поляризации, связанная с асимметрией ДН рупоров в Е- и Н- плоскостях P_{21} и P_{31} оценивалась путем свертки элементов M_{31} и M_{21} с гауссианами, размеры которых по полуширине составляют 3'x3'. Расчеты проводились

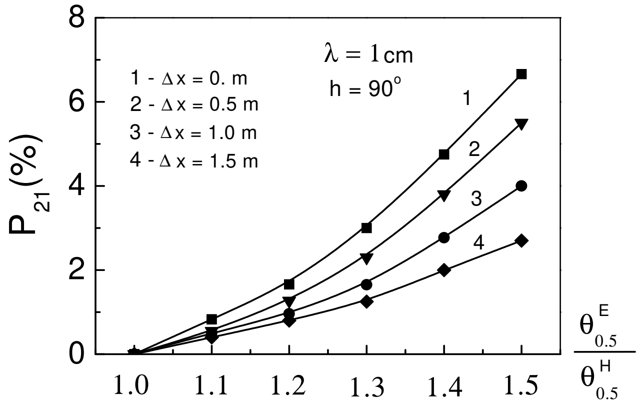

Рис. 13: Доля линейной паразитной поляризации P_{21} на волне $\lambda 1$ см при прохождении через ДН радиотелескопа протяженного источника, задаваемого гауссианой 3'x3' (по полуширине) в зависимости от отношения полуширин ДН рупора в E- и H-плоскостях при различных поперечных выносах рупора из фокуса.

для волны $\lambda 1$ см при $h = 90°$. Отношение полуширин ДН рупоров в E- и H-плоскостях менялось от 1.0 до 1.5. При этом доля линейной паразитной поляризации P_{31} не превысила 0.05%. Зависимости P_{21} от величины отношения полуширин ДН рупоров в E- и H-плоскостях при различных выносах рупора из фокуса показаны на рис.13.

Таким образом проведенные расчеты позволяют утверждать, что доля линейной паразитной поляризации от антенны при исследованиях флуктуаций реликторого фона на волне 1 см не превысит 1%, если несимметрия ДН рупора в E- и H- плоскостях не превысит 10%.

6 Заключение.

Проведенные расчеты с учетом дифракционных эффектов в пространстве между вторичным и главным зеркалами, а также более корректный учет вертикального размера щита позволили уточнить форму ДН радиотелескопа РАТАН-600 как в интенсивности, так и в поляризации. Мощностные ДН радиотелескопа (M_{11}) и элементы матрицы Мюллера M_{32}, M_{41}, рассчитанные с учетом этих эффектов, имеют меньшую протяженность в вертикальной плоскости, чем полученные в работах (Есепкина и др., 1979), (Есепкина и др., 1980). Уменьшение телесного угла, занимаемого ДН по уровню 0.3 и ниже оказалось тем значительнее, чем меньше высота источника и чем длиннее волна. Отсюда следует, что на длинных волнах для высот, ниже 30°, влияние путаницы (confusion) будет гораздо слабее, чем предполагалось ранее. Изменение размеров и формы ДН наблюдается как для сфокусированной антенны, так и при наличии аберраций. На длинных волнах учет дифракционных эффектов приводит не только к сужению ДН, но и к смещению ее максимума в вертикальной плоскости. Эффект этот проявлятся на достаточно низких углах и связан с несимметричностью вторичного зеркала. На высотах, близких к зениту, ДН, рассчитанные в дифракционном приближении и в приближении геометрической оптики, совпадают.

Проведены контрольные измерения вертикальных ДН РАТАН-600 с помощью опорных точечных источников. Они дали очень хорошее совпадение расчетных и экспериментальных диаграмм направленности вплоть до уровня 0.03 от максимума ДН как для сфокусированной антенны, так и при выносах первичного облучателя из фокуса.

Учет дифракционных эффектов приводит к некоторому увеличению максимальных (минимальных) значений матричных элементов M_{32}, M_{41}. Кроме того у элемента M_{32} происходит нарушение антисимметрии относительно центрального горизонтального сечения. Последнее приводит к появлению паразитной линейной поляризации при наблюдениях протяженных источников, величина которой для сфокусированной антенны не превышает 2% на длинных волнах и 0.1% на волне 1 см. Нарушение антисимметрии элемента M_{32} наблюдается также при достаточно больших выносах первичного облучателя из фокуса вблизи зенита. Величина паразитной круговой поляризации при наблюдениях протяженных источников слабо зависит от длины волны и не превышает 3% для сфокусированной антенны и 5% — при максимальных выносах облучателя из фокуса (вплоть до 100λ на волне 1 см). Учет дифракционных эффектов приводит также к сужению безаберрационной зоны антенны вблизи зенита. Расчеты элементов матрицы Мюллера при предельных выносах облучателя из фокуса дают материал, важный при конструировании фокальных решеток и выборе их размеров.

Оценена доля паразитной линейной поляризации, связанная с несимметрией ДН рупоров в Е- и Н- плоскостях, при прохождении через ДН протяженного неполяризованного источника. Расчеты показали, что доля линейной паразитной поляризации от антенны при исследованиях флуктуаций реликтового фона на РАТАН-600 (эксперимент "Cosmological gene") не превысит 1% даже при достаточно больших выносах первичных облучателей из фокуса, если асимметрия ДН рупоров в Е- и Н- плоскостях составит не более 10%.

Созданная на основе уже имеющихся программ, программа расчета двумерной ДН радиотелескопа РАТАН-600 может быть полезна при моделировании глубоких обзоров. Хорошее совпадение результатов счета с экспериментальными данными позволит осуществлять с ее помощью более глубокую обработку данных и "чистить"записи от сильных фоновых источников, проходящих через ДН далеко вне ее оси.

Автор выражает благодарность Коржавину А.Н., Парийскому Ю.Н. и Трушкину С.А. за обсуждение работы и полезные замечания.

Список литературы

Абрамов В.И., Виняйкин Е.Н., 1985, Астрофиз. Исслед. (Изв САО), 19, 93.

Бахвалов Н.С., Васильева Л.Г., Есепкина Н.А., Соболева Н.С., Темирова А.В., 1973, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 5, 135.

Богод В.М., Гельфрейх Г.Б., Коржавин А.Н., Пустильник Л.А., 1988, Препринт САО, 22.

Брауде Б.В., Есепкина Н.А., Кайдановский Н.Л., Парийский Ю.Н., Шиврис О.Н., 1972, Изв.ГАО, 188, 40.

Есепкина Н.А., Кайдановский Н.Л., Кузнецов Б.В., Кузнецова Г.В., Хайкин С.Э., 1961, Радиотехника и электроника, 6, No 12, 1947.

Есепкина Н.А., Васильев Б.А., Водоватов И.А., Высоцкий М.Г., Виноградов Г.К., 1977, Радиотехника и электроника, 22, No 7, 1484.

Есепкина Н.А., 1972, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 4, 157.

Есепкина Н.А., Васильев Б.А., Водоватов И.А., Высоцкий М.Г., 1979, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 11, 197.
Есепкина Н.А., Бахвалов Н.С., Васильев Б.А., Васильева Л.Г., Темирова А.В., 1979, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 11, 182.
Есепкина Н.А., Бахвалов Н.С., Васильев Б.А., Васильева Л.Г., Водоватов И.А., Темирова А.В., 1980, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 12, 106.
Есепкина Н.А., Бахвалов Н.С., Васильев Б.А., Васильева Л.Г., Темирова А.В., 1982, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 15, 151.
Гельфрейх Г.Б., 1977, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 9, 89.
Гельфрейх Г.Б., 1972, Изв.ГАО, 188, 139.
Gelfreikh G.B., Opeikina L.V., 2000, Bull.Spec.Astrophys.Obs., 50, 104.
Голубчина О.А., Голубчин Г.С., 1981, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 14, 125.
Коржавин А.Н., 1977, Астрофиз. Исслед. (Изв САО), 9, 71.
Коржавин А.Н., 1979, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 11, 170.
Майорова Е.К., Стоцкий А.А., 1981, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 13, 117
Майорова Е.К., Стоцкий А.А., 1982, Астрофиз.исслед. (Изв. САО), 15, 117
Majorova E.K., Khaikin V.B., 2000, Bull.Spec.Astrophys.Obs., 50, 91.
Parijskij Yu.N., 2000, Astronomical and Astrophysical Transactions, 19, 265.
Стоцкий А.А., 1972, Изв.ГАО, 188, 63.
Темирова А.В., 1983, Астрофиз. Исслед. (Изв САО), 17, 131.
Темирова А.В., 1985, Астрофиз. Исслед. (Изв САО), 19, 101.
O.V.Verkhodanov, B.L.Erukhimov, M.L.Monosov, V.N.Chernenkov, V.S.Shergin, 1993, Bull.Spec.Astrophis.Obs., 36, 132.