

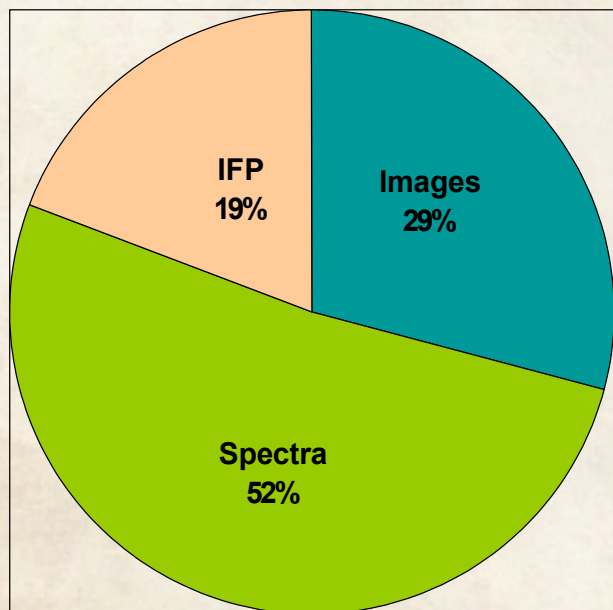
Многорезжимный фокальный редуктор телескопа БТА

Лекция II.

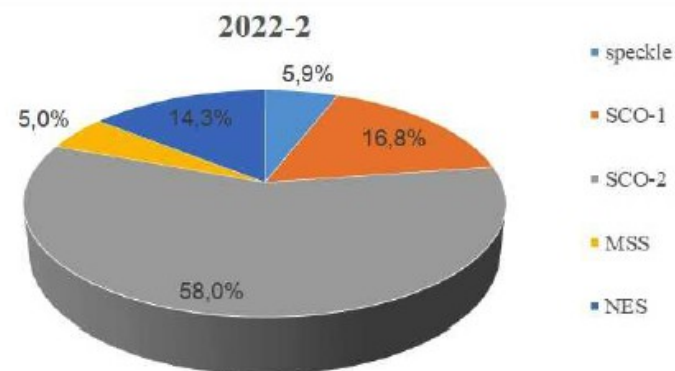
Спектральное разрешение. Теория астрономического спектрографа. Согласование оптики телескопа и спектрографа. Дискретизация. Атмосферная дисперсия. Неравномерная засветка щели. Объемно-фазовые голографические решетки.

БТА = “спектральный телескоп”

Суммарная длительность
экспозиций за период 2000-2007 гг



Обеспечение плановых наблюдений БТА
2022-II

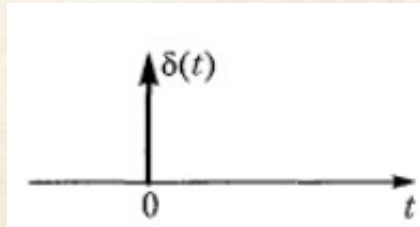


отчёты директора CAO РАН:

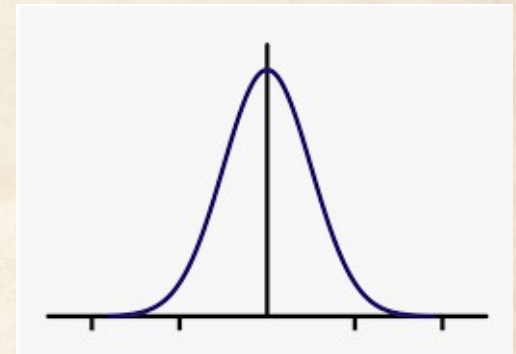
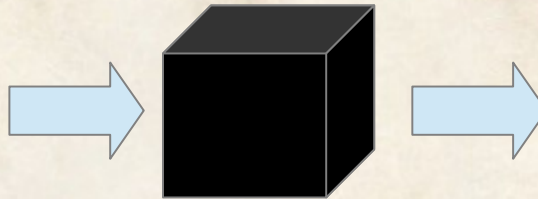
<https://www.sao.ru/Doc-k8/Telescopes/bta/reports/>

Спектральное разрешение: инструментальный контур

“Практическое” определение инструментального (аппаратного) профиля (контура):
Отклик прибора на δ -функцию

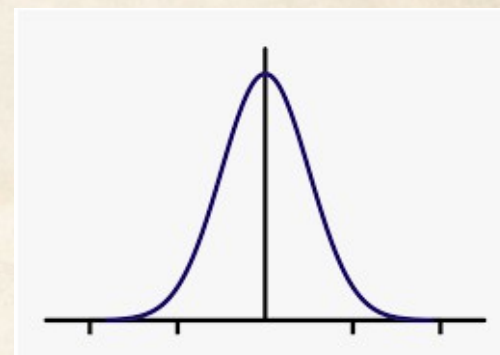
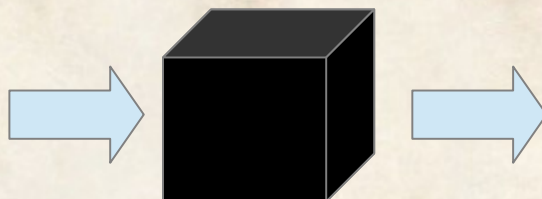
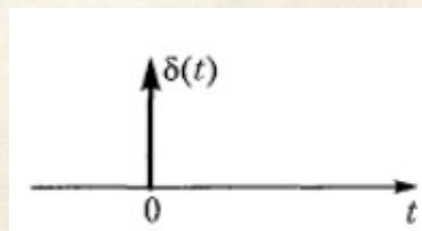


- $\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0; \end{cases}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1.$



Спектральное разрешение: инструментальный контур

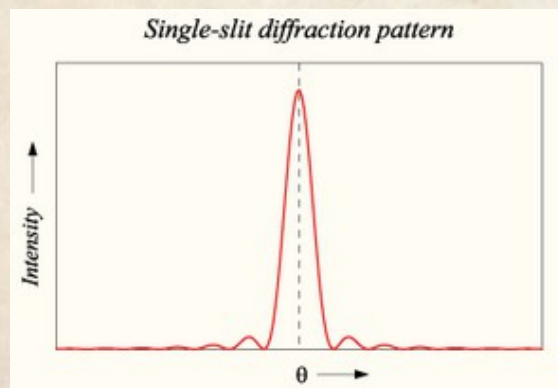
“Практическое” определение инструментального (аппаратного) профиля (контура):
Отклик прибора на δ -функцию



- $\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0; \end{cases}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1.$

Очень часто подразумевают, что инструментальный контур – гауссиана, но на практике это может быть не так!

Дифракция на щели:



Интерферометр Ф-П:
 функции Эри, Лорентца и Гаусса:

$$I(\theta) = I_0 \left[\text{sinc} \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \right) \right]^2$$

$$\text{sinc } x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sin x}{x}$$

762 D. H. Jones, P. L. Shopbell and J. Bland-Hawthorn

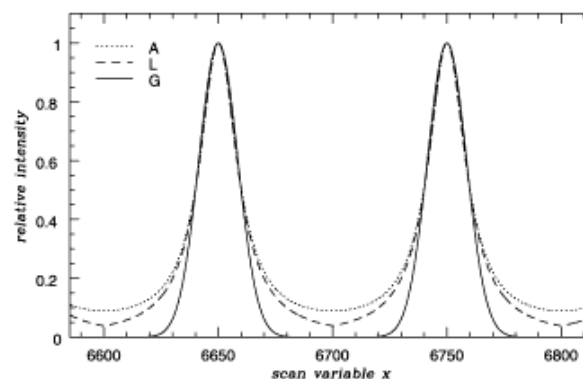
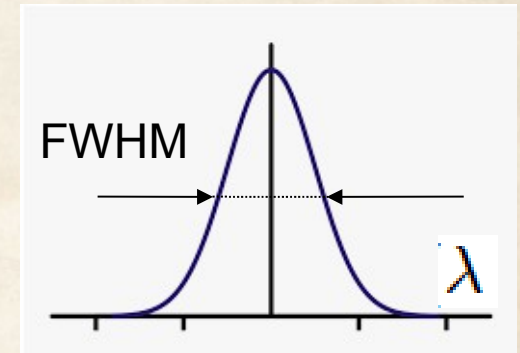


Figure 3. Three cyclic functions listed in Table 1 (column 2) shown at low finesse to emphasize their differences.

Спектральное разрешение: гауссиана

Очень удобное описание “колоколообразного” инструментального контура, к тому же, часто реально хорошо работает. А еще очень простая связи полуширины и дисперсии.

“Полуширина”= на самом деле **полная ширина**,
но на половине высоты
FWHM — full width at half maximum



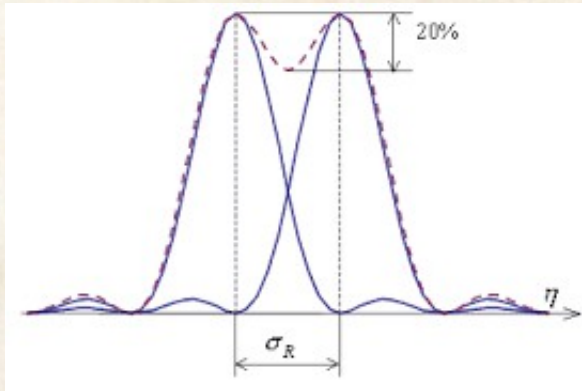
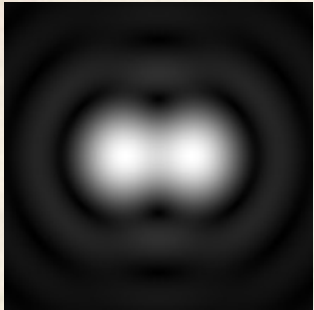
$$I(\lambda) = I_0 \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma \approx 2.3548\sigma$$

Здесь важно помнить о том, что гауссиана – статистическая функция плотности нормального распределения. И “сигма” - не только параметр ширины колокола, но и статистический момент (среднеквадратическое отклонение)

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

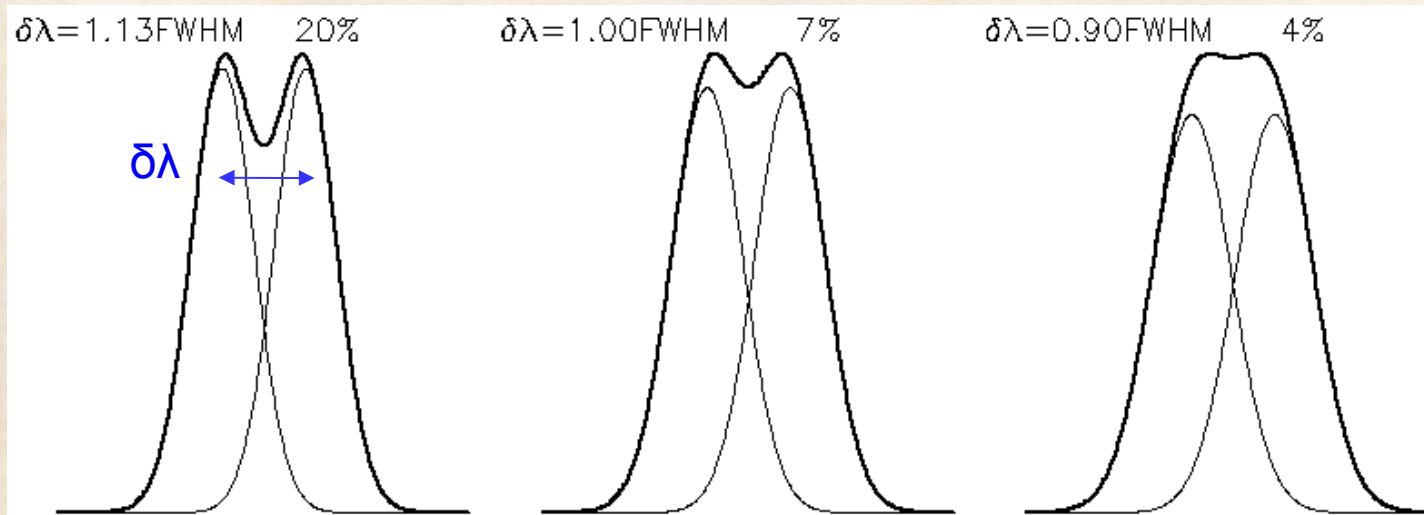
Спектральное разрешение: критерий Рэля



Расстояние между пиками равно радиусу первого темного кольца



Практическое определение: 20% провал в распределении интенсивности



На практике часто полагаем, что “разрешение” $\delta\lambda = \text{FWHM}$
 $R = \lambda / \delta\lambda$ – удобно, т.к. безразмерно

Теория решетки “из учебника”

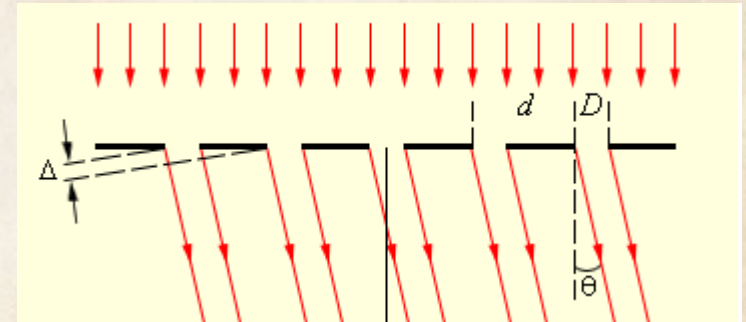
Разрешающая сила прибора, основанного на принципах интерференции света (дифракционные решетки всех видов, интерферометры):

$$R = \lambda / \delta\lambda = mN$$

$\delta\lambda$ - FWHM инструментального контура

m – порядок интерференции

N – число интерферирующих лучей



Для решетки: $R_{\text{theor}} = m\rho W$

ρ - плотность штрихов на единицу длины

W – ширина засвеченного пучка

Но тогда лучшее разрешение SCORPIO $R \sim 3000$ можно было бы получить с решеткой 600 шт/мм в пучке диаметром всего 5 мм

В реальности же это только с VPHG1800 в пучке диаметром ~ 40 мм и щелью 0.5"

Теория решетки в астроспектроскопии

Одной решетки мало!

Есть щель, а оптика спектрографа строит ее монохроматические изображения.

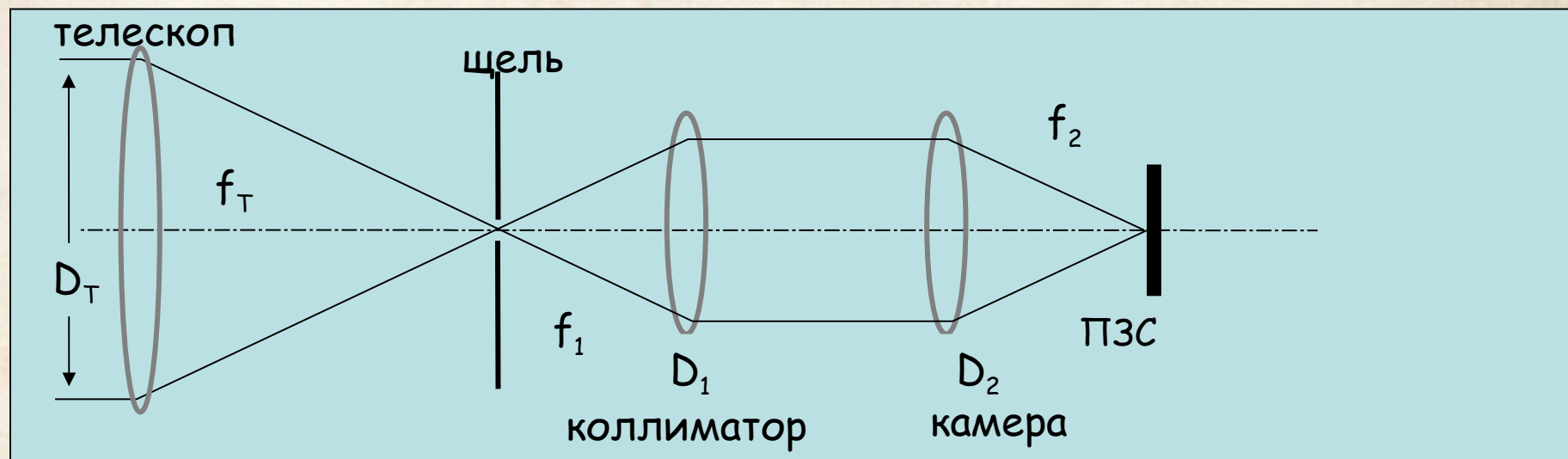
Надо:

- выделить требуемую область в наблюдаемом объекте
- создать параллельный пучок (для дисперсера), а потом ещё построить спектр на детекторе

Имеется:

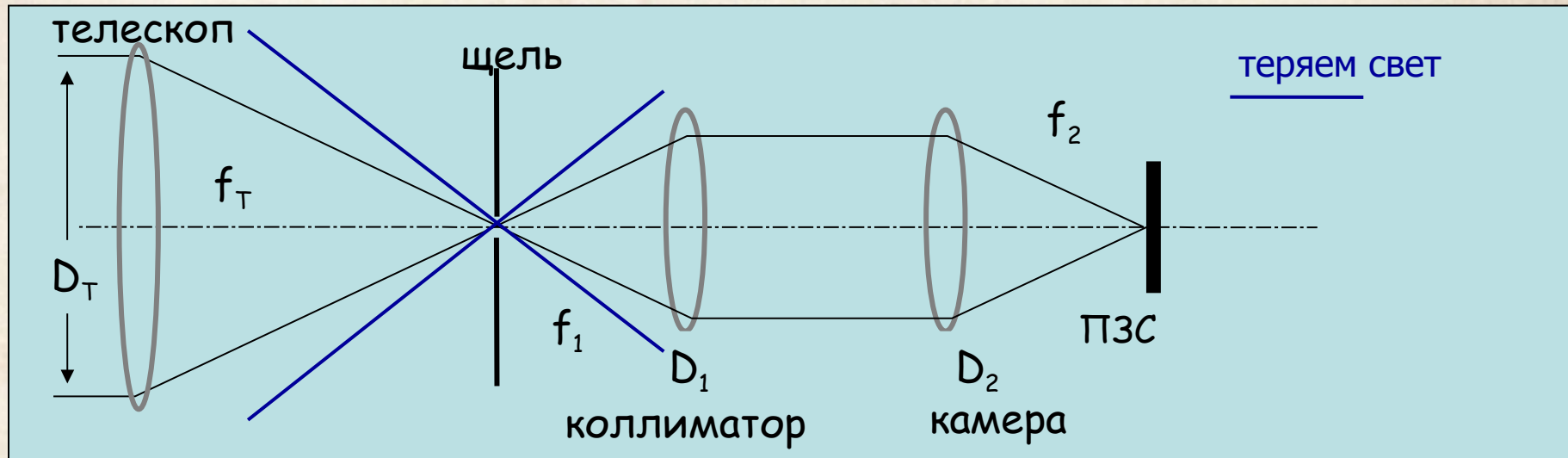
- спектрограф (как оптическая система)
- щель
- телескоп, определяющий параметры оптики спектрографа

Согласование оптики спектрографа и телескопа



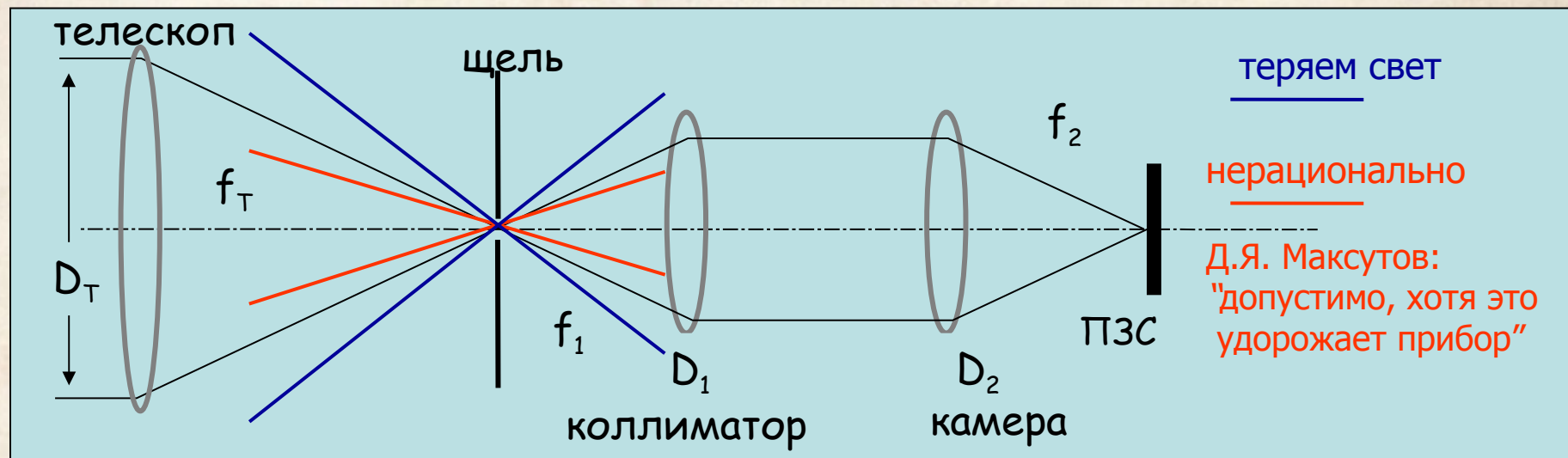
Согласование светосилы: $D_T/f_T = D_1/f_1$

Согласование оптики спектрографа и телескопа



Согласование светосилы: $D_T/f_T = D_1/f_1$

Согласование оптики спектрографа и телескопа



Согласование светосилы: $D_T/f_T = D_1/f_1$

Чтобы прибор работал как редуктор, необходимо: $f_2 < f_1$ при том, что $D_1 \approx D_2$

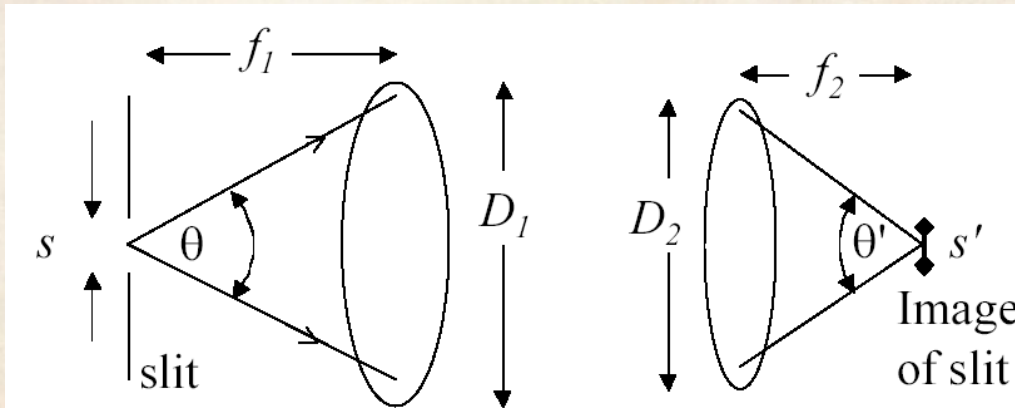
Т.е. **светосила камеры должна быть выше, чем светосила телескопа**

В ПФ на БТА **нужна светосильная камера** – избыточен масштаб изображения ($1'' = 116 \mu$), ~ 10 пикселей типичной ПЗС. Хочется уменьшить масштаб раза в 2

Проблемы светосильной оптики:

- Аберрации растут как $(D/f)^{2-3}$
- Требуется малый рабочий отрезок (от ПЗС до первой линзы камеры). А сильно уменьшать его нельзя из конструктивных соображений (термоэмиссия от стекла к чипу ПЗС и т.д.).

Спектрограф как телескопическая система



$$s' = s \frac{(f_2/D_2)}{(f_1/D_1)}$$

Спектрограф строит серию монохроматических изображений входной щели, поэтому для нас важно только то, что решетка разводит лучи с разными длинами волн, т.е. обладает дисперсией:

Теория решетки:

$$m\rho\lambda = \sin\alpha + \sin\beta$$

Угловая дисперсия:

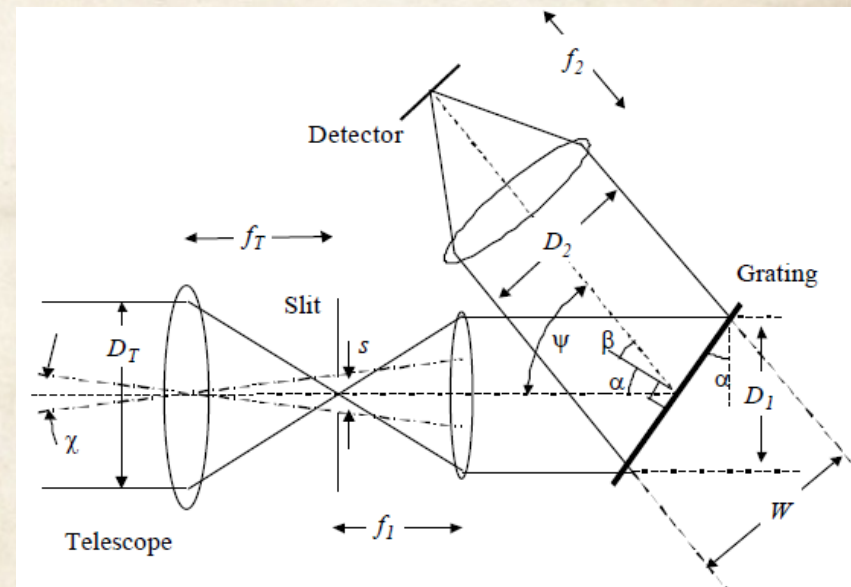
$$\frac{d\lambda}{d\beta} = \frac{\cos\beta}{m\rho}$$

Линейная дисперсия:

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{d\lambda}{d\beta} \frac{d\beta}{dx} = \frac{\cos\beta}{m\rho f_2}$$

Реальное разрешение спектрографа (в длинах волн):

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{dx} \right) s'$$



Спектрограф как телескопическая система

Излагается по
Allington-Smith (2000)

=W- ширина пучка

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{dx} \right) s' = \frac{\cos \beta}{m\rho f_2} s \left(\frac{F_2}{F_1} \right) = \frac{s D_1 \cos \beta}{m\rho D_2 f_1} = \frac{s}{m\rho F_1 W}$$

$$F_i = f_i / D_i$$

тогда спектральное разрешение:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{m\rho W \lambda f_1}{s D_1}$$

(а вовсе не $R_{theor} = m\rho W$)!

Удобнее ширину щели выразить в угловой мере :

$$\chi = \frac{s}{f_T}$$

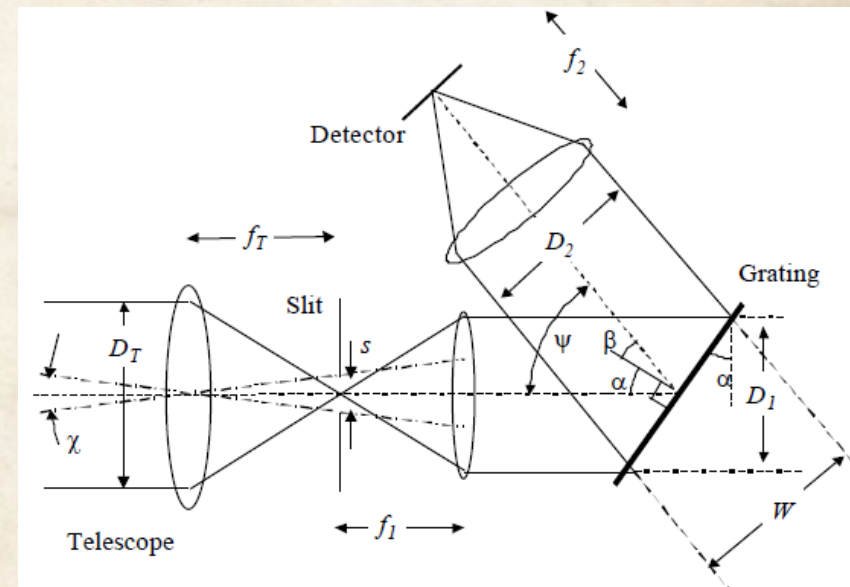
Вспомнив про согласование:

$$\frac{D_1}{f_1} = \frac{D_T}{f_T}$$

получаем:

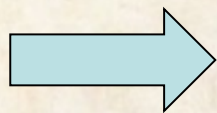
$$R = \frac{m\rho W \lambda}{\chi D_T} = R_{theor} \frac{\lambda}{\chi D_T}$$

Реально разрешение спектрографа
зависит еще и от шириной щели и от
диаметра телескопа!



Различие между теоретическим и реальным разрешением

$$R = R_{theor} \frac{\lambda}{\chi D_T}$$



$$R(BT A, \lambda = 6000 \text{ \AA}) \approx R_{theor} \frac{1}{48 \chi''}$$

То, что дифракционная решетка сама обладает спектральным разрешением для астрономического спектрографа значения не имеет! Нам важно только то, что она обладает дисперсией.

А спектральное разрешение задается шириной щели.

Теоретический предел достигается только при бесконечно узкой щели. В реальном же спектрографе разрешение может быть в десятки раз меньше, причем чем больше диаметр телескопа, тем больше проблем с достижением одного и того же спектрального разрешения.

Выбор ширины щели (I)

Чем уже щель, тем лучше спектральное разрешение.
Но почему мы не можем сильно сужать щель?

Предельная ширина щели определяется **характеристиками детектора и дифракцией на щели**. Самая узкая щель, при которой мы еще не теряем спектральную информацию называется **нормальной**.



1928

1933

Теорема Котельникова (Найквиста) в вольном изложении применительно к нашему случаю практической спектроскопии:

Оптимальная дискретизация составляет $n_0=2$ элемента детектора на ширину (FWHM) инструментального контура спектрографа.

теорема Котельникова (частота Найквиста)

Справочник по математике
для научных работников и
инженеров. Корн Г., Корн Т.

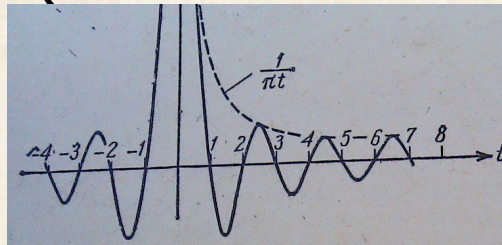


Рис. 18.11-2. График функции
 $\text{sinc } t = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$.

18.11-2. Процесс с ограниченным спектром. Теорема Котельникова.

(а) Процесс $x(t)$ имеет ограниченный спектр или ограниченную полосу частот, если его преобразование Фурье $X_F(i\omega)$ (п. 4.11-3) равно нулю при $|\omega| > 2\pi B$; число B называется шириной спектра процесса $x(t)$ и измеряется в герцах, если t измеряется в секундах.

Теорема В. А. Котельникова. Каждый процесс $x(t)$

с ограниченным спектром может быть представлен в виде

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_k) \frac{\sin 2\pi B(t-t_k)}{2\pi B(t-t_k)}, \quad (t_k = k/(2B), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

(18.11-11)

В оригинальной статье
(Котельников, 1933) было 7
связанных теорем!

Функции, состоящие из частот от 0 до f_1

Теорема I. Любую функцию $F(t)$, состоящую из частот от 0 до f_1 периодов в секунду, можно представить рядом

$$F(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_k \frac{\sin \omega_1 [t - k/(2f_1)]}{t - k/(2f_1)}, \quad (1)$$

где k — целое число; $\omega_1 = 2\pi f_1$; D_k — постоянные, зависящие от $F(t)$.

И наоборот, любая функция $F(t)$, представленная рядом (1), состоит лишь из частот от 0 до f_1 периодов в секунду.

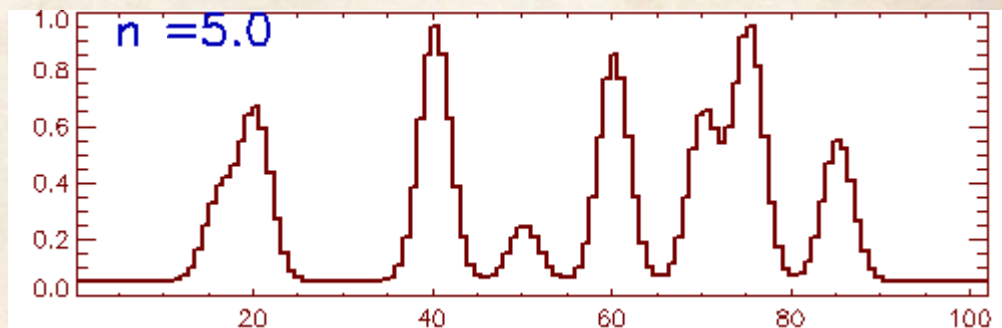
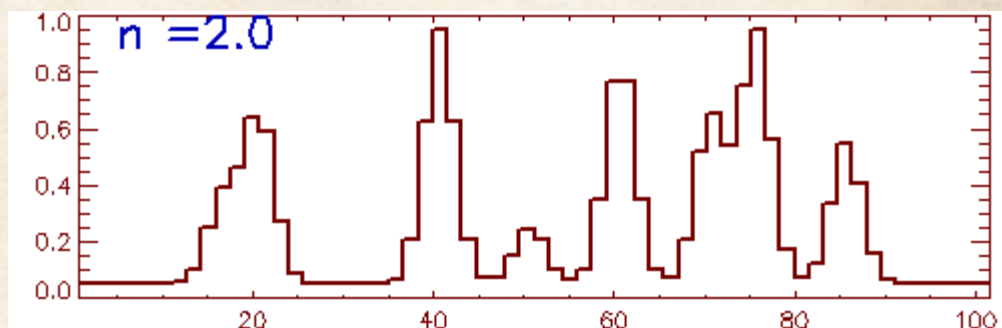
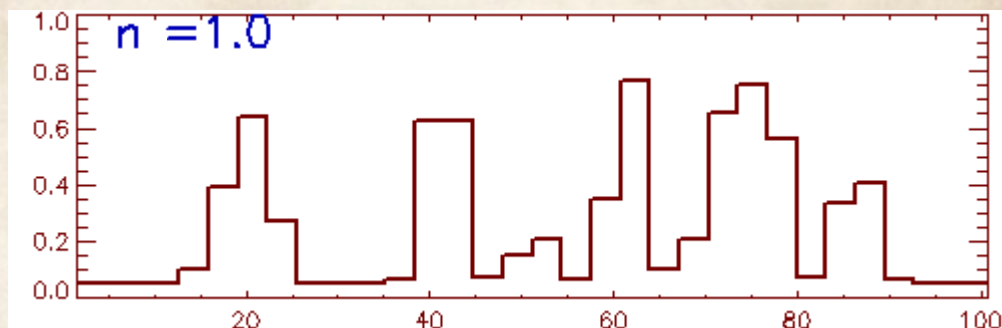
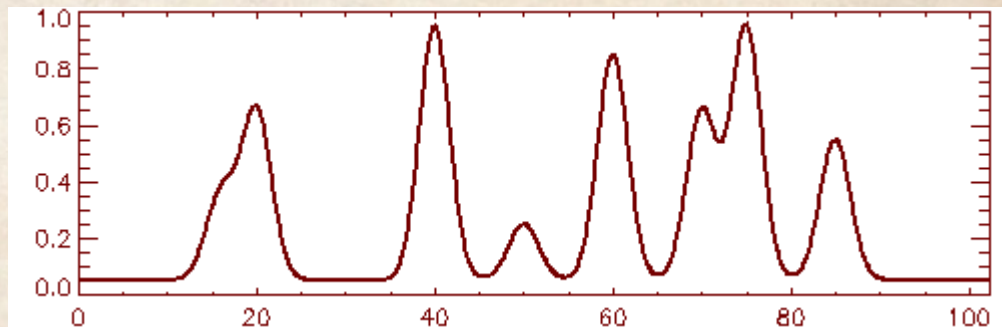
Оптимальная дискретизация составляет $n_0=2$ элемента детектора на ширину (FWHM) инструментального контура спектрографа.

Дискретизация

$n < n_0$ – теряем спектральную информацию
(можем измерить скорости, но не FWHM)

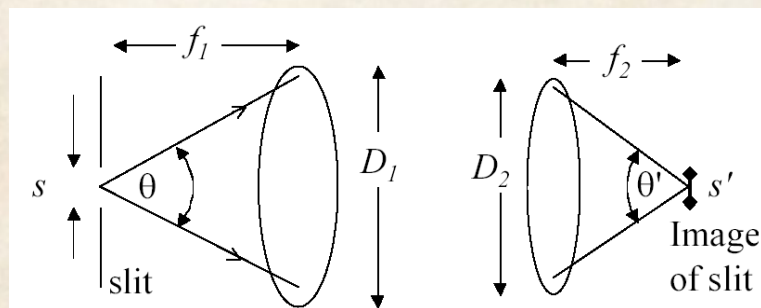
$n = n_0$ – оптимально
(на практике $n_0 = 2.5-3$)

$n > n_0$ – избыточная дискретизация. Иногда полезно, но жалко неэффективно использовать детектор



Выбор ширины щели (II)

На практике, “нормальная щель” – это щель, FWHM которой (в проекции на детектор) равняется 2.5-3 пикселя



$$s = s' \frac{(D_2/f_2)}{(D_1/f_1)} = (2.5 \div 3) \frac{(D_2/f_2)}{(D_T/f_T)} [px]$$

Ширина “нормальной щели” – пропорциональна светосиле камеры, а чем светосильнее камера – тем больше с ней проблем.

С другой стороны, чем шире щель (в угловой мере), тем лучше у спектрографа **широкощельность**.

Оптимальная широкощельность – когда ширина нормальной щели равняется пространственному разрешению на телескопе (в наших условиях это размер звездных изображений – seeing)

Нормальная щель на SCORPIO

У камер SCORPIO-[1/2]: $D_2/f_2 = F/1.8$, тогда ширина нормальной щели составляет всего $75-90\mu = 0.65-0.75''$,
в два раза меньше характерных размеров звездных изображений.

Один из серьезных недостатков SCORPIO – низкая широкощельность. Вызвано это как техническими сложностями с изготовлением светосильной камеры, так и необходимостью найти компромисс для работы в нескольких режимах наблюдений.

Первопричина – относительно большая светосила при наблюдениях в первичном фокусе БТА (F/4).

Реальная щель на SCORPIO

SCORPIO-1 «стандартная» щель: 1.2"

SCORPIO-2: щель переменной ширины: 0.5-7"

В большинстве наблюдений мы устанавливаем щель шириной 1", что заметно шире нормальной, но жалко терять свет.

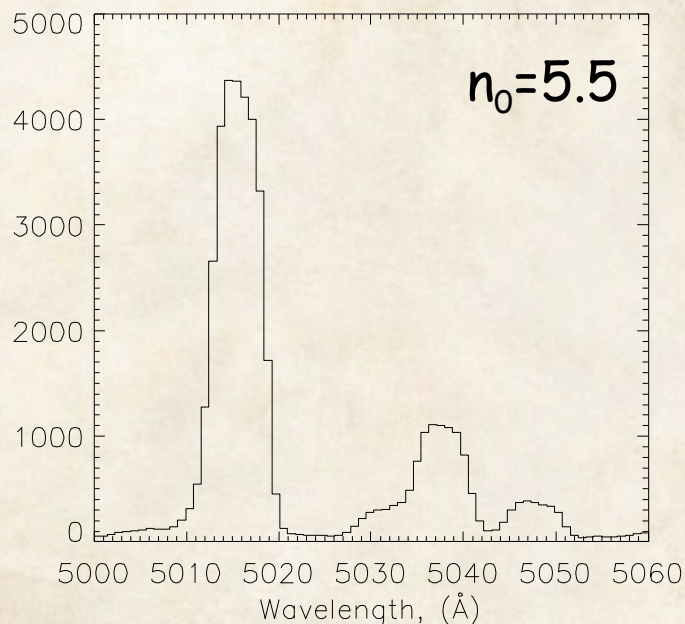
Так как в среднем $\text{seeing} > 1.5''$, то и эта щель оказывается узкой

Проблемы столь узкой щели:

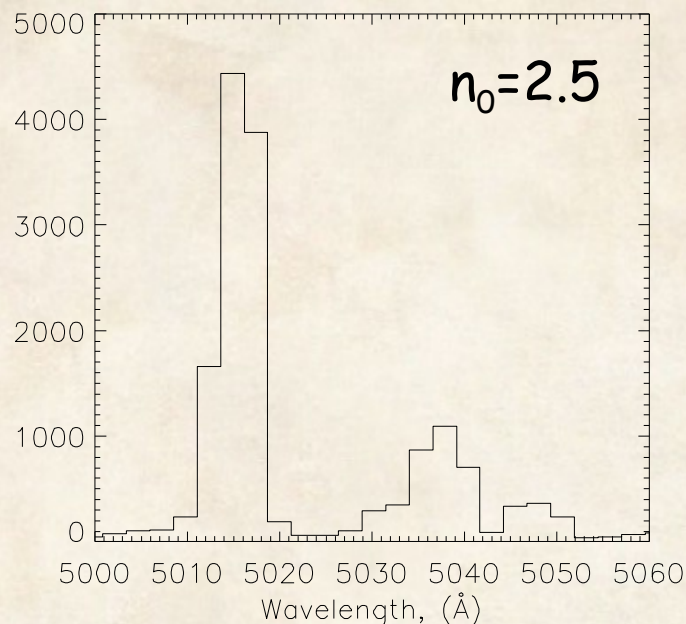
- Теряем свет от объекта (ухудшаем S/N)
- Сложно заниматься спектрофотометрией (потери света)
- Высокие требования к точности установки объектов на щель.

Еще раз о дискретизации

SCORPIO



«Обычный спектрограф»



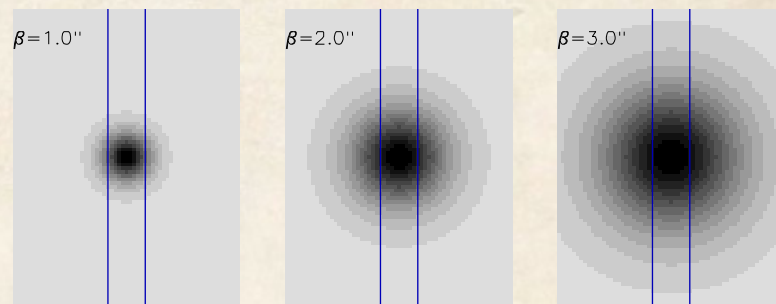
Избыточная дискретизация (oversampling) со SCORPIO (щель 1''):

Помогает при изучении формы профилей линий, и измерении дисперсии скоростей методом кросс-корреляций.

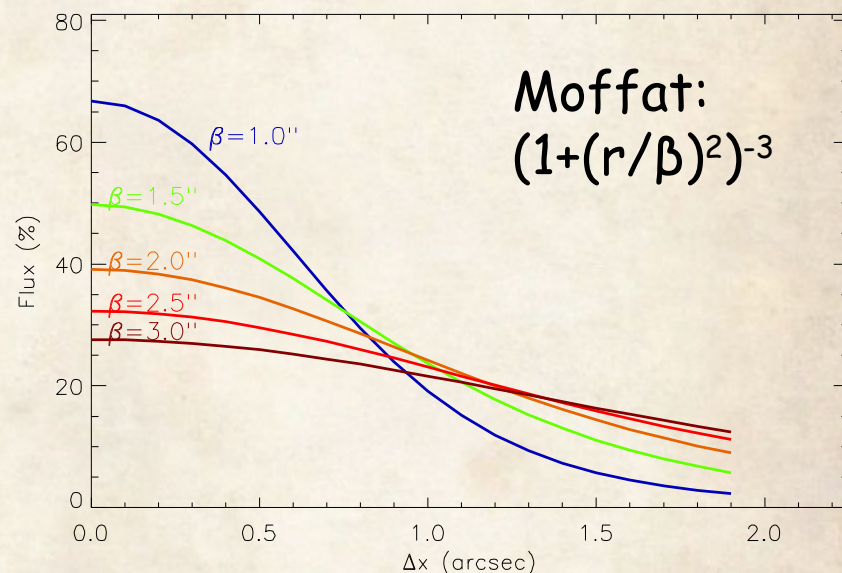
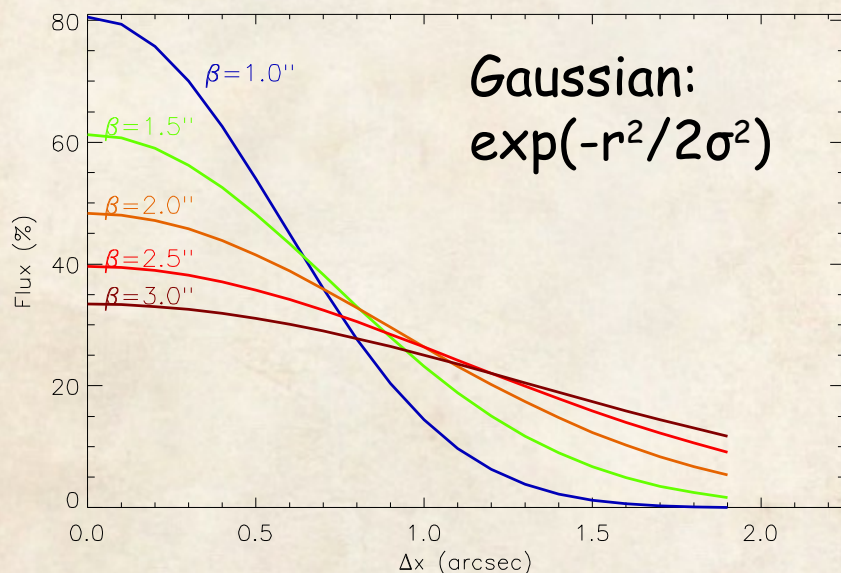
Но на первый взгляд линии выглядят «расфокусированными»

Потери света на щели

Поправка за щель зависит не только от качества изображений, но и от точности наведения.

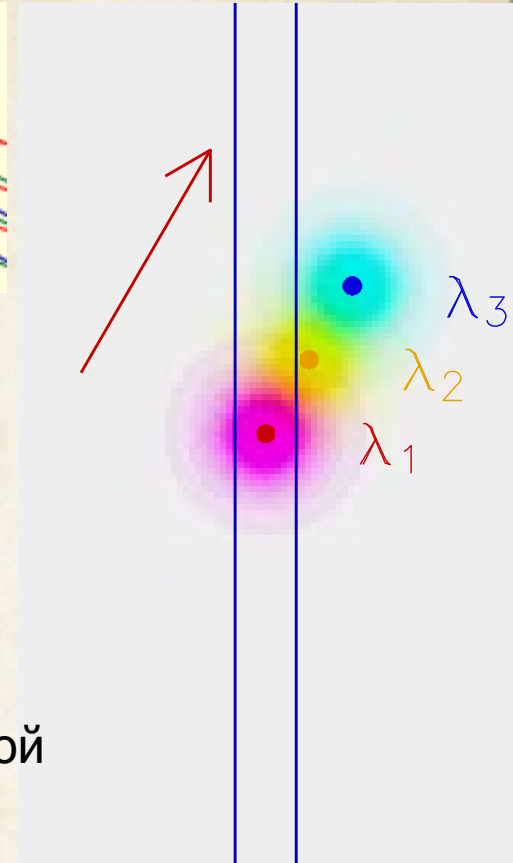
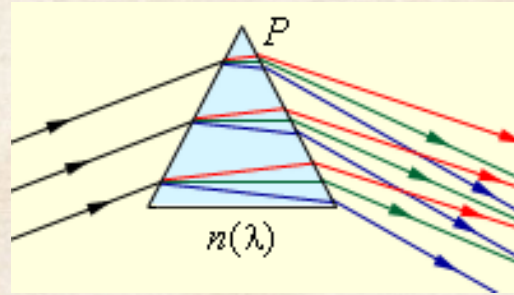


Расчет потерь света на 1'' щели для двух вариантов функций распределения:



Возможно, что лучший вариант - рассчитывать поправку интегрируя поток в наблюдаемых изображениях

Атмосферная дисперсия



Она же дифференциальная рефракция атмосферы: изменение угла рефракции светового луча от его длины волны.

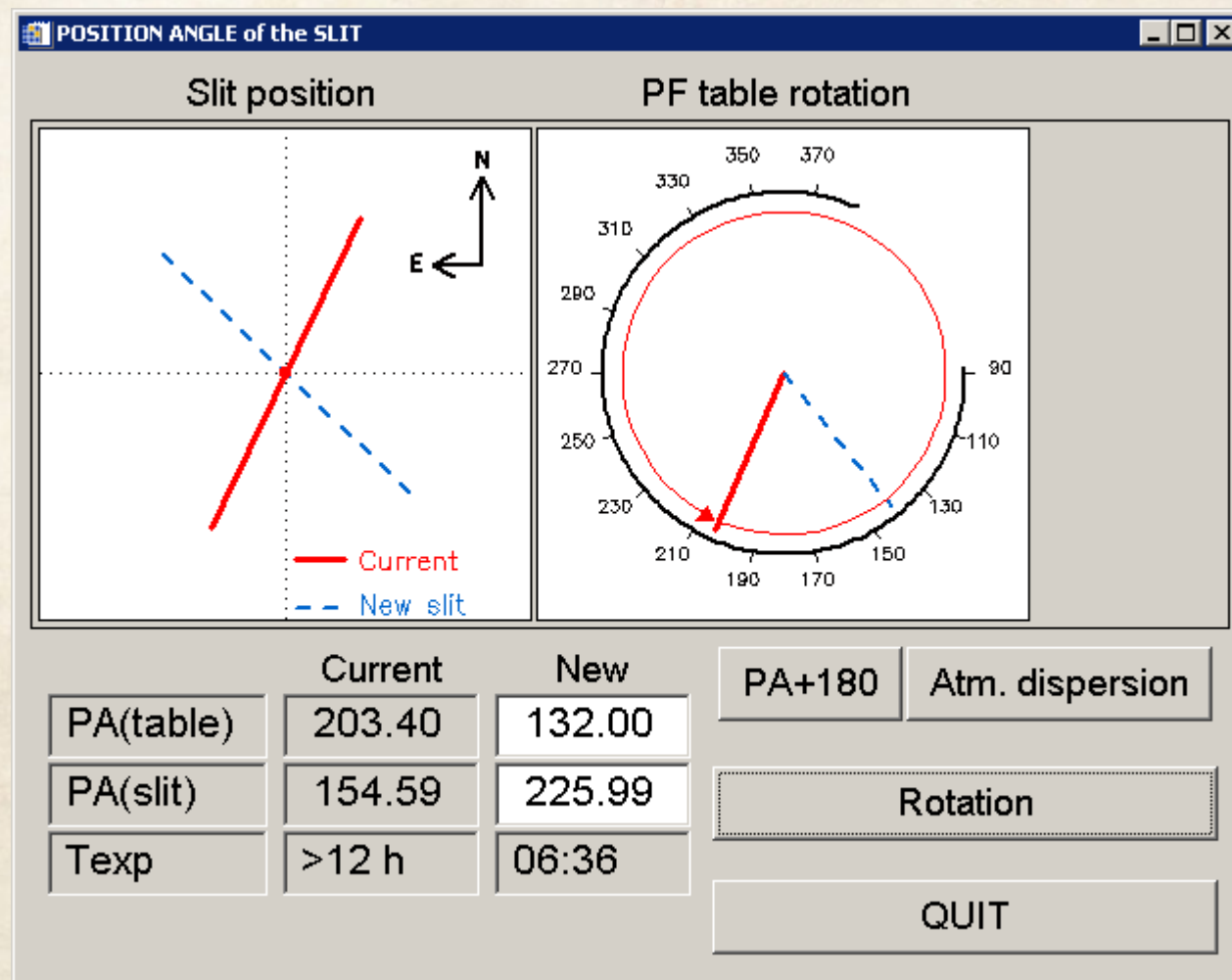
Атмосферная дисперсия и CAO:

- Можно непосредственно измерить с мультисрачковым спектрографом MPFS или SCORPIO-2/IFU
- Спекл-интерферометр БТА имеет компенсатор атмосферной дисперсии

Надо стараться, чтобы щель спектрографа совпадала с направлением атмосферной дисперсии, т.е. была вертикальна.

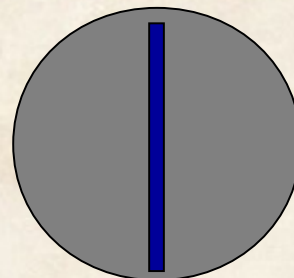
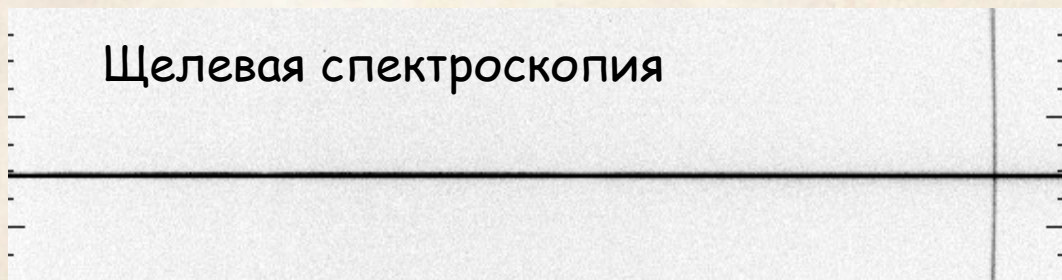
Для SCORPIO-[1/2] это означает, что $PA(table)=222^\circ/132^\circ$

РА щели



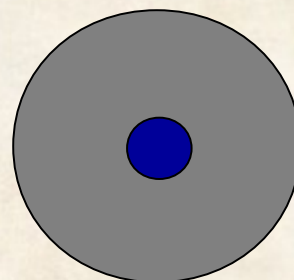
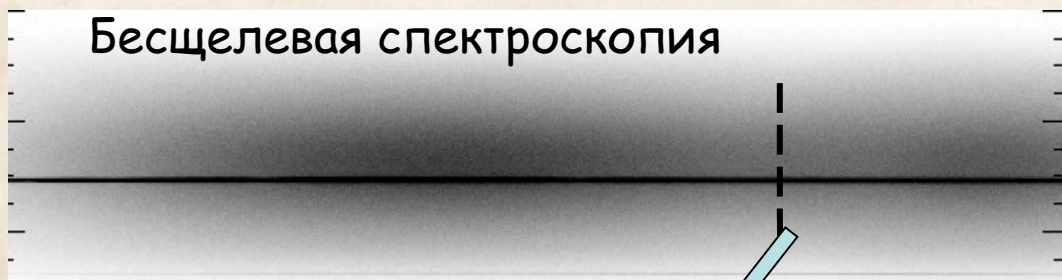
Потери на щели II: наблюдения стандартов

Щелевая спектроскопия

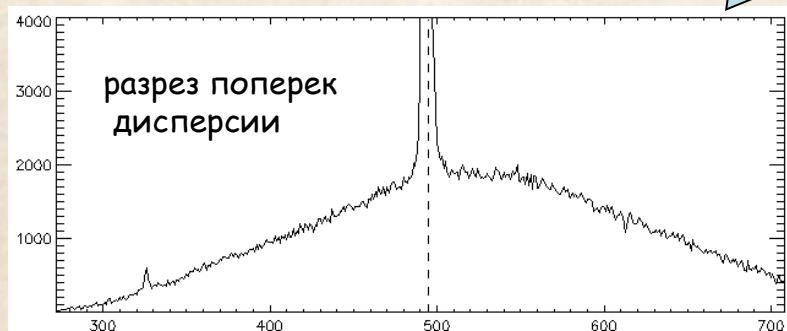


- потери света на щели
- искажения формы спектра из-за атмосферной дисперсии

Бесщелевая спектроскопия



- проблема фона
- ошибка калибровки по длинам волн, изменение спектрального разрешения



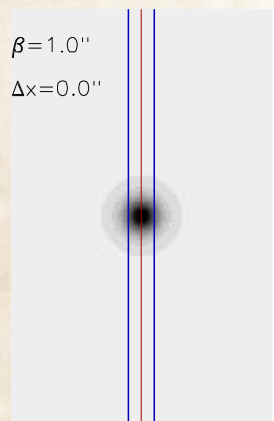
- сдвиг шкалы λ не принципиален
- проблема фона и близких объектов решается подбором «удобных» звезд ($10-13^m$)
- Но исправить спектр за полосы атмосферного поглощения можно только по щелевым спектрам!

Стараемся снимать максимум возможных калибровок во всех доступных режимах – сэкономим массу времени при анализе

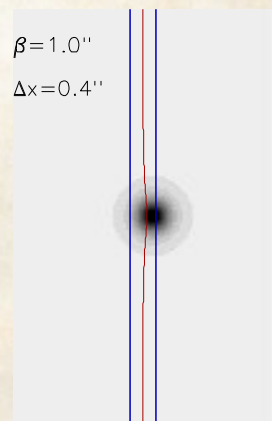
Неравномерная засветка щели

Случай VPHG1200G, щель 1"

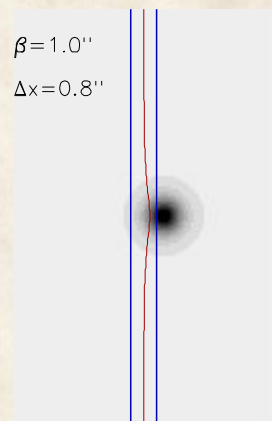
$\Delta V = 0$ km/s
Flux = 66%



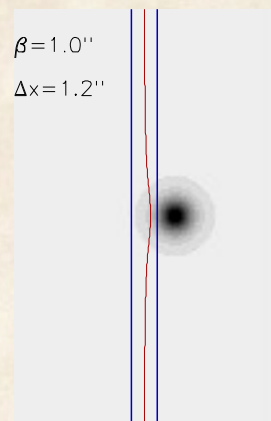
$\Delta V = 47$ km/s
Flux = 54%



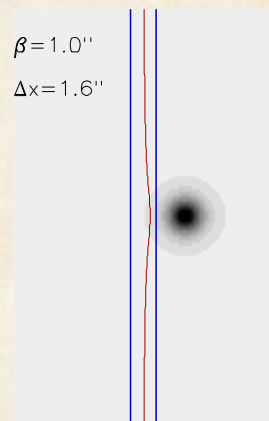
$\Delta V = 73$ km/s
Flux = 29%



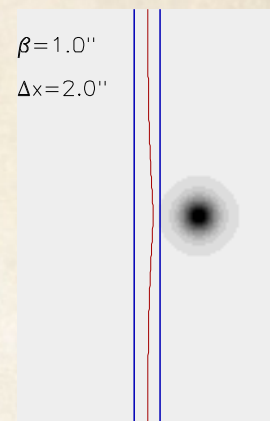
$\Delta V = 79$ km/s
Flux = 11%



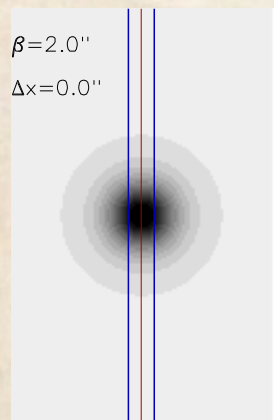
$\Delta V = 75$ km/s
Flux = 4%



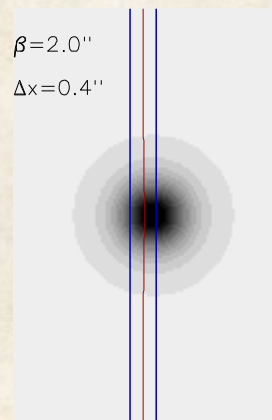
$\Delta V = 69$ km/s
Flux = 1%



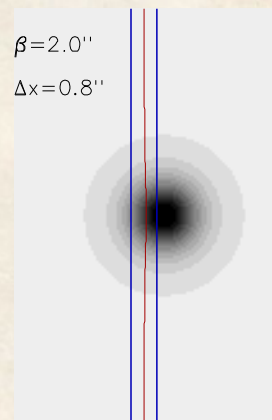
$\Delta V = 0$ km/s
Flux = 39%



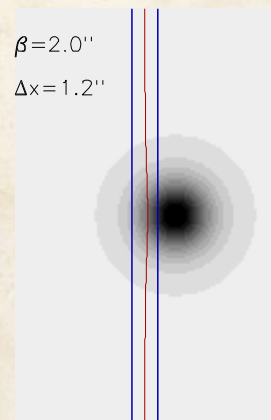
$\Delta V = 16$ km/s
Flux = 36%



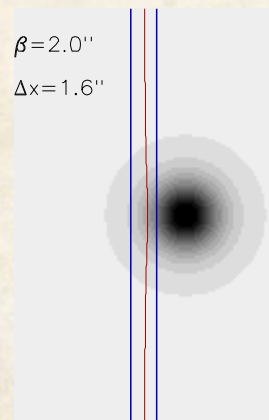
$\Delta V = 29$ km/s
Flux = 28%



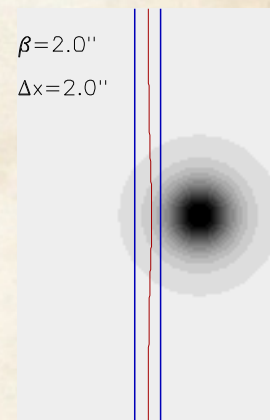
$\Delta V = 38$ km/s
Flux = 19%



$\Delta V = 43$ km/s
Flux = 12%



$\Delta V = 44$ km/s
Flux = 7%



Ошибки измерения лучевых скоростей звезд

Случай VPHG1200G, щель 1"

(см. Моисеев, 2008, АБюл, 63, 74)

Расчет ошибок скоростей для двух вариантов функций распределения:

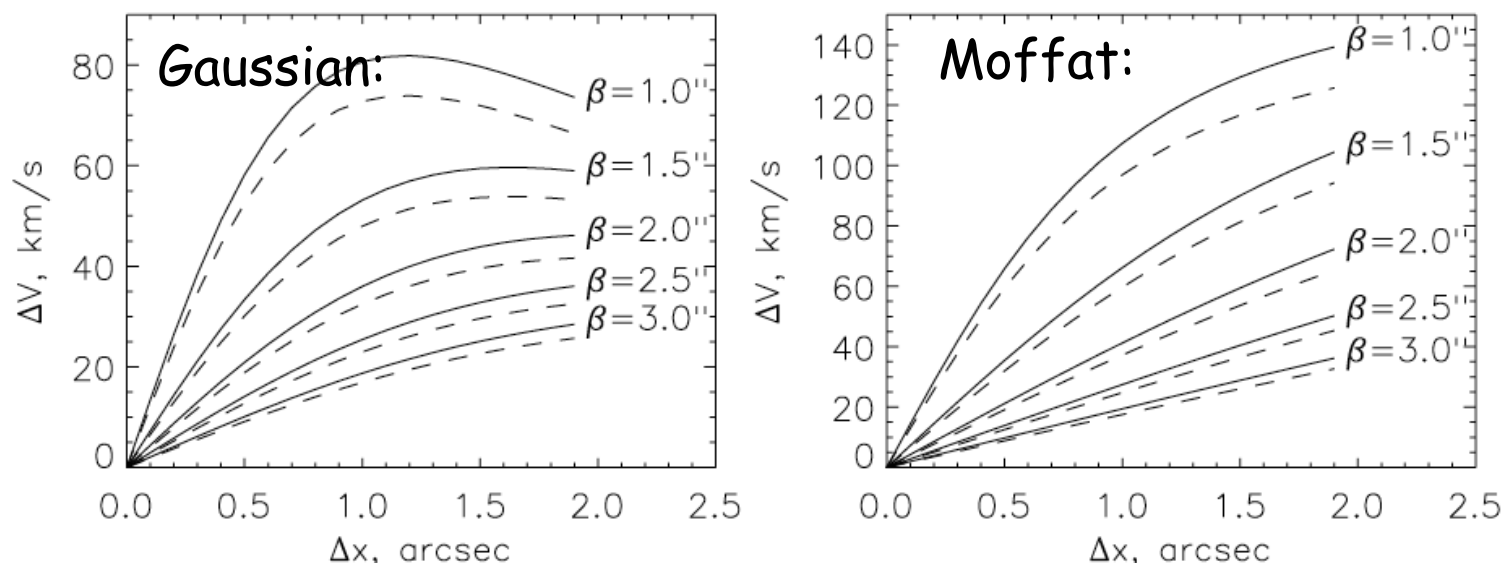


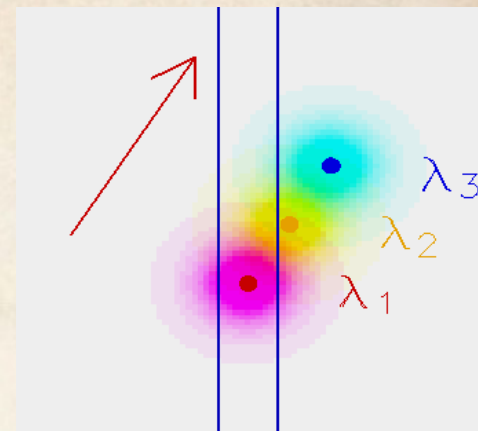
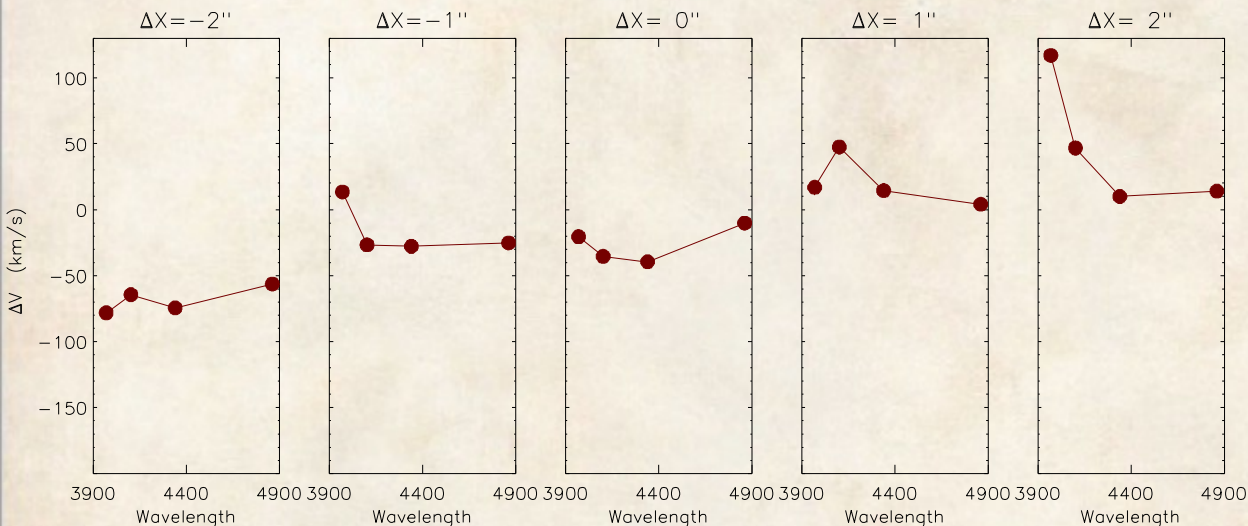
Рис. 7. Ошибка измерения лучевой скорости (ΔV) как функция смещения (Δx) звезды относительно щели. Расчет проводился для щели шириной 1'' с гризмой VPHG1200G. Рядом с расчетными кривыми указаны соответствующие значения β . Сплошные линии — расчет для $\lambda = 4000 \text{ \AA}$, пунктир — для $\lambda = 5000 \text{ \AA}$. Левая картинка соответствует

В отличие от измерений потока, при измерениях лучевых скоростей звезд — **чем хуже** качество изображений, **тем меньше ошибка!**

Для протяженных объектов — эффект несущественен.

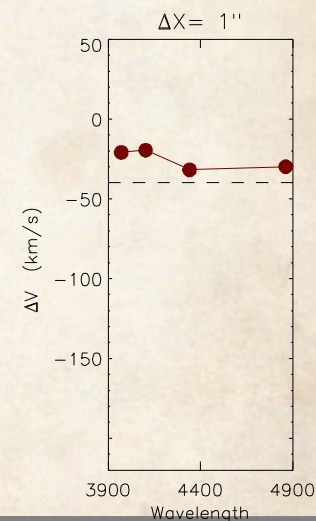
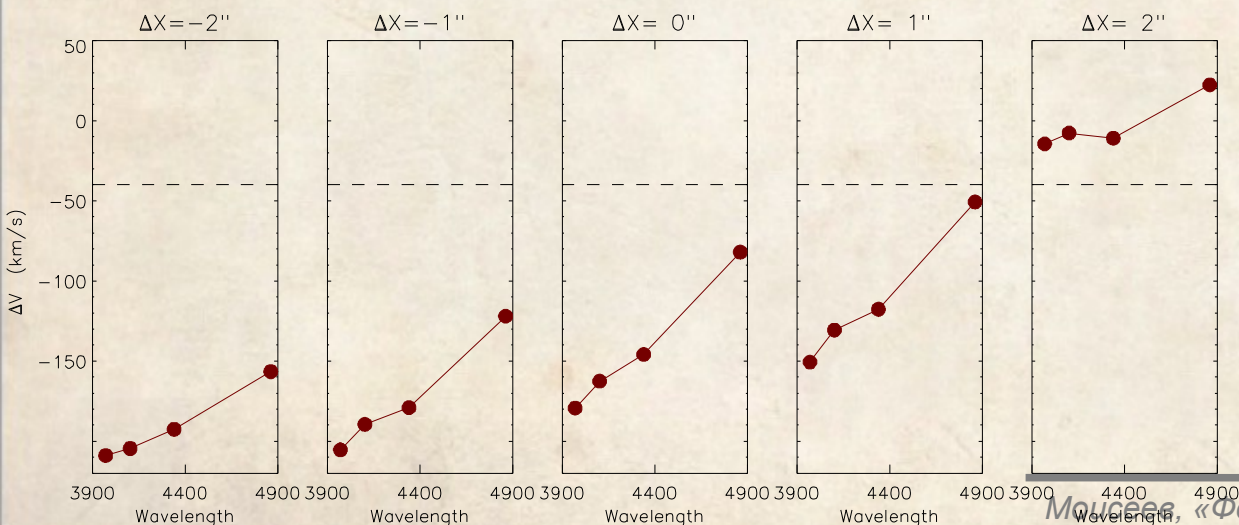
Эффект «градиента лучевой скорости»

GRW+70d5824 - щель вдоль атмосферной дисперсии



Расфокусированный телескоп (+3 мм):

HD120874 - щель поперек атмосферной дисперсии



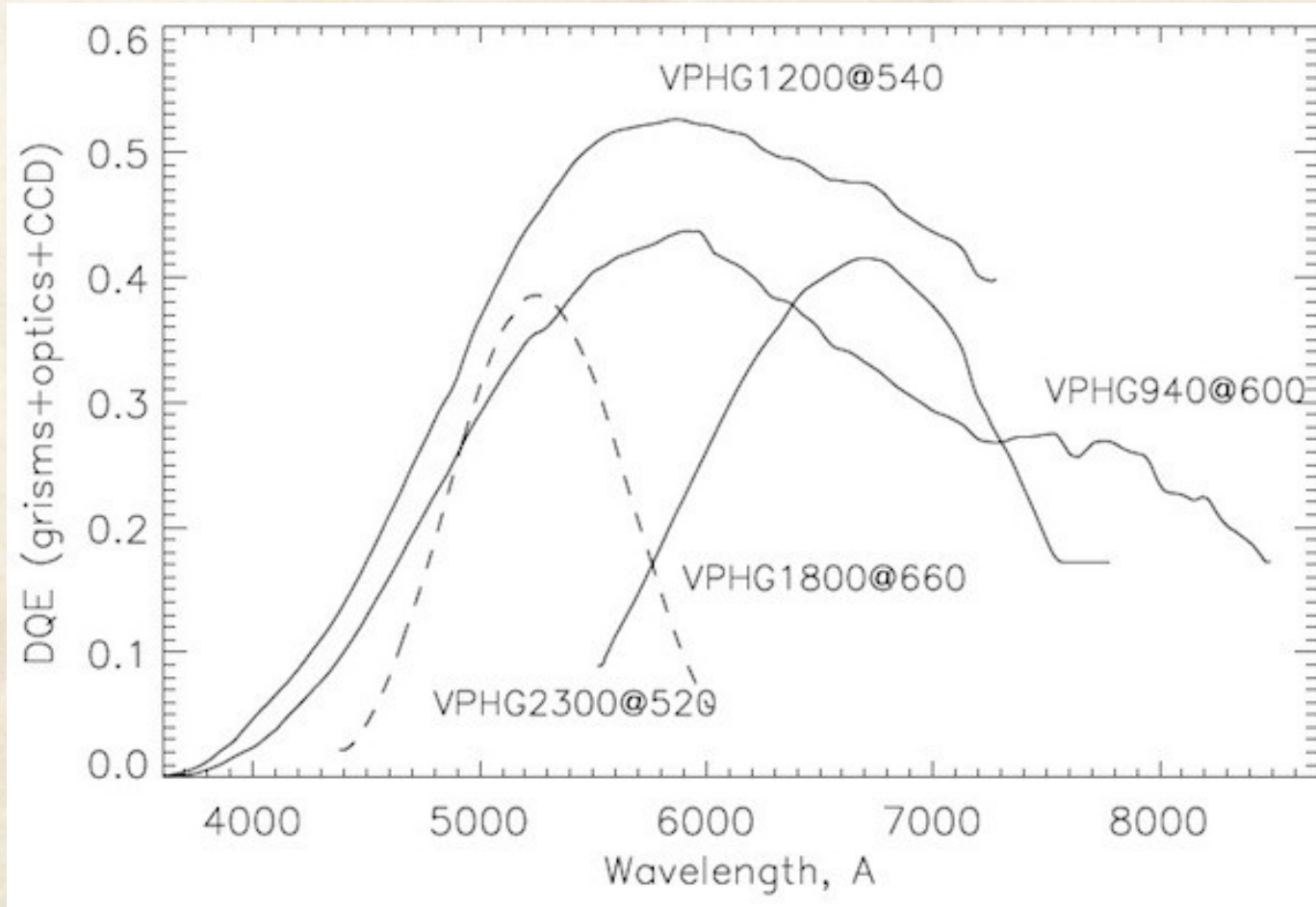
Как избежать проблем с ошибками скоростей?

- При наблюдениях щель надо выставлять **вдоль направления атмосферной дисперсии.**
- **Объект надо точно выставлять на щель.** Чем лучше качество изображений - тем выше требования к установке звезды на щель.
- В качестве шаблонов скоростей на БТА/SCORPIO не следует использовать звезды ярче 10^m . Если же приходится наблюдать более яркие звезды, то телескоп следует **расфокусировать, чтобы добиться более равномерной засветки щели спектрографа.**

Если наблюдения проводились без соблюдения корректной методики, то эффекта неравномерной засветки щели исправить уже нельзя.

Квантовая эффективность SCORPIO-2 в спектральном режиме

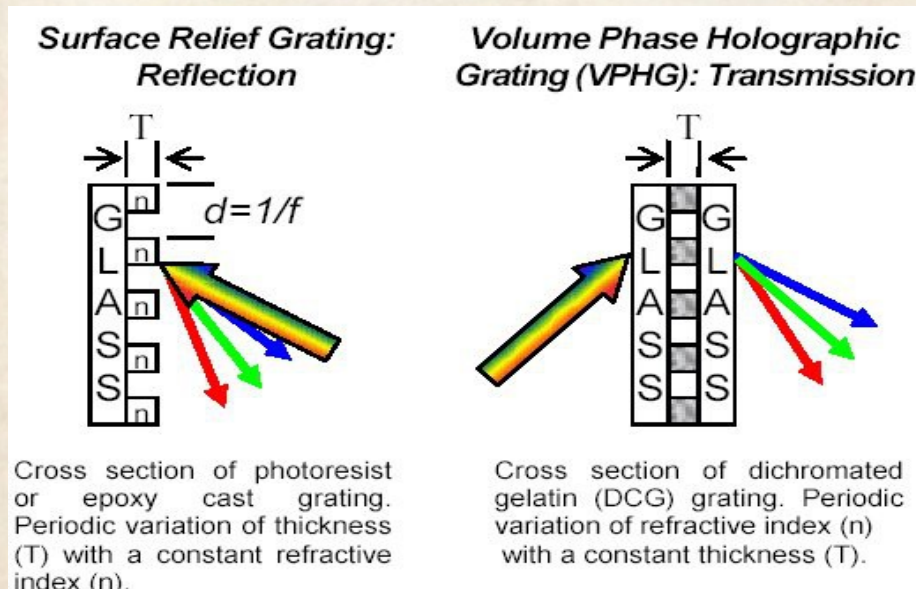
Идеальный случай – бесцелевая спектроскопия



Объемные фазовые голографические решетки (VPHG)

VPHG= Volume Phase Holographic Grating

Вместо нарезки поверхностного рельефа - создание объемной структуры с периодическими изменениями коэффициента пропускания.

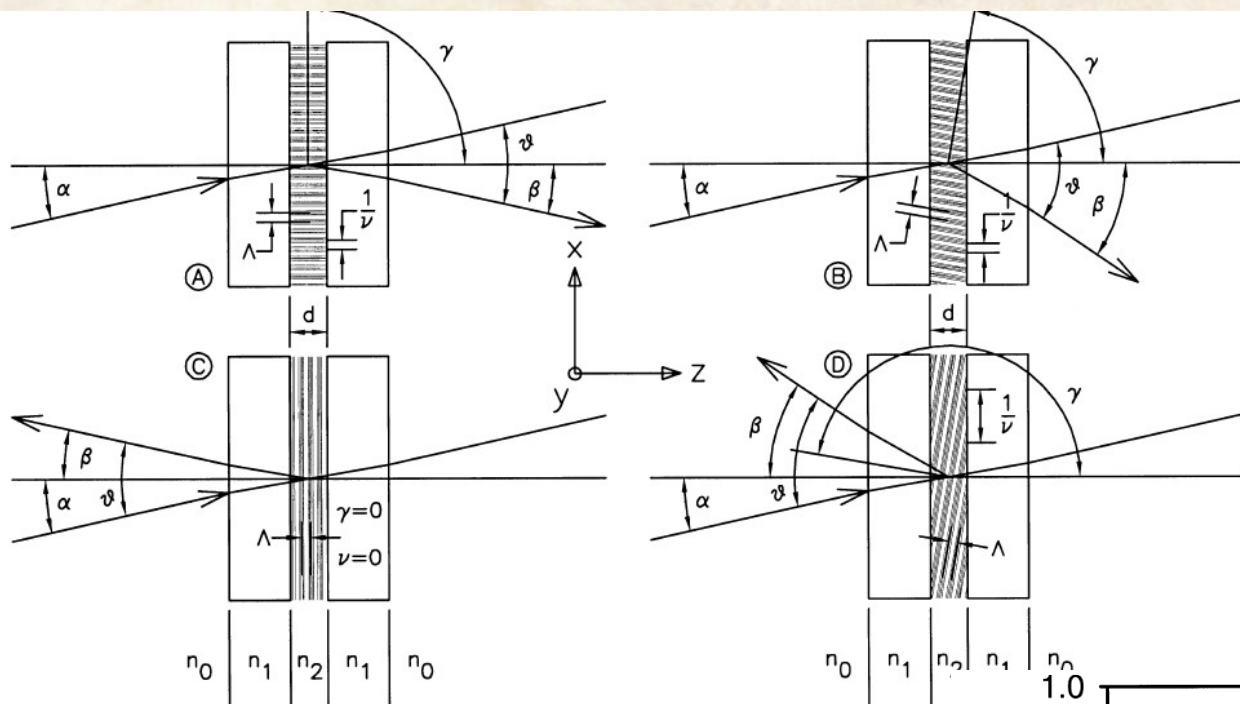


Barden et al (2000)

В классической нарезной решетке угол блеска задавался формой штрихов. У VPHG – он определяется углом падения света на решетку (более гибкие возможности применения)

Угол падения — задаем призмой (а потом — выправляем обратно)

Объемные фазовые голографические решетки (VRHG)



Barden et al (2000)

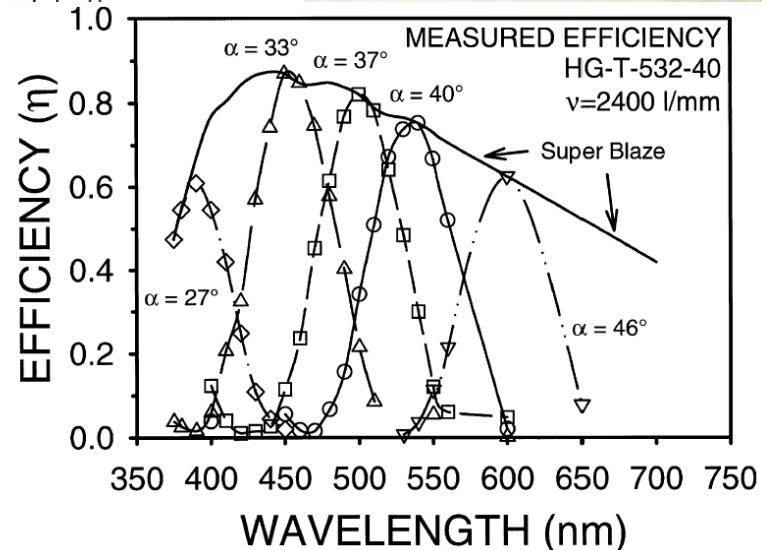
Преимущества VRHG

высокая (до 98%) дифракционная эффективность

Низкий уровень рассеянного света (< 0.01%)

Отсутствие дефектов

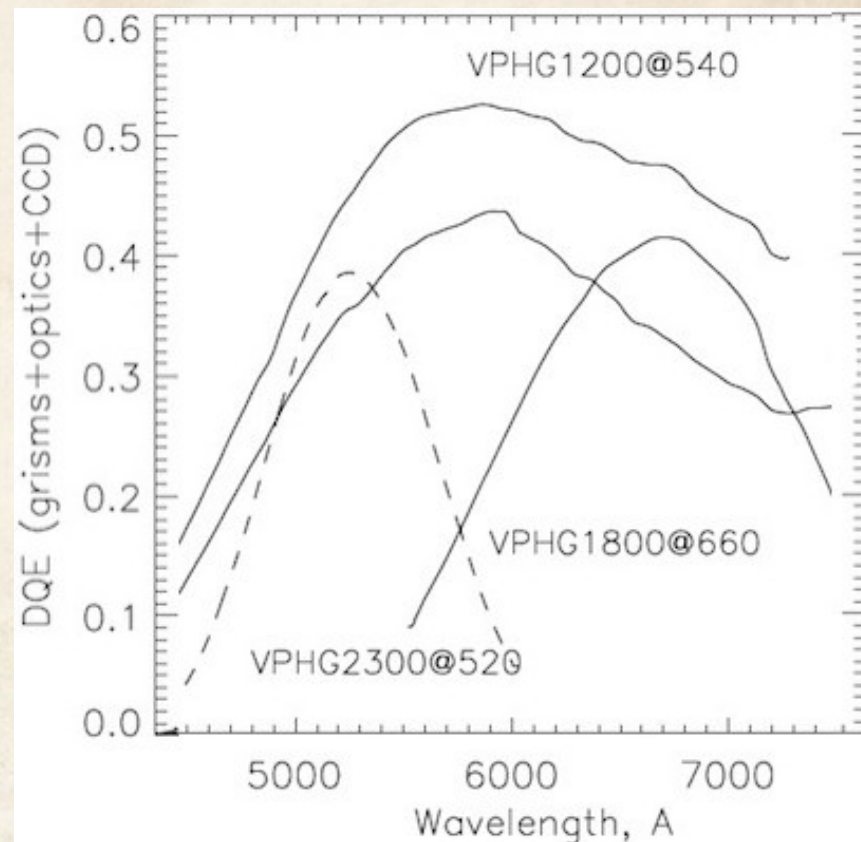
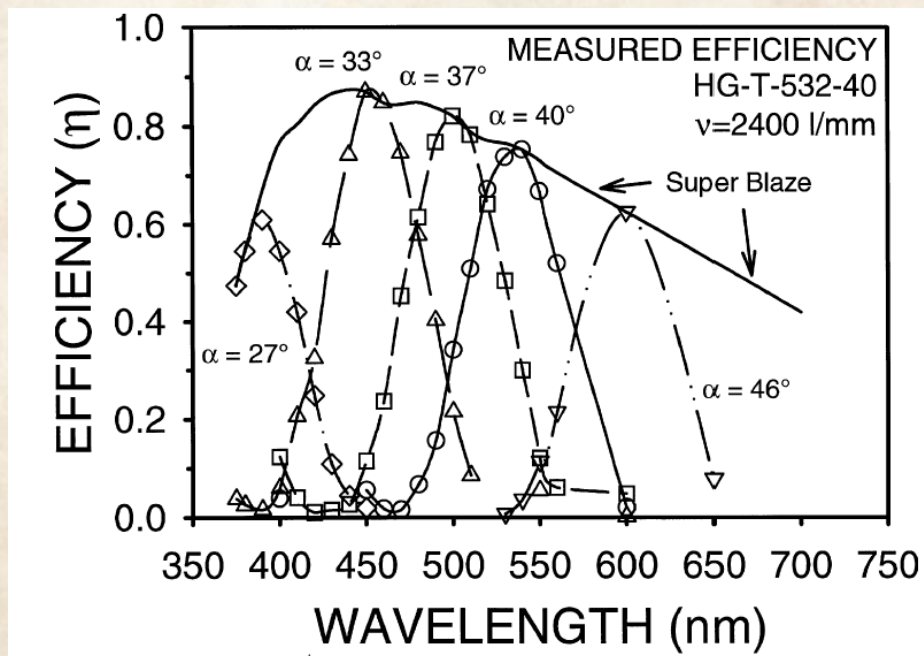
возможно создание высокой плотности штрихов



Объемные фазовые голографические решетки (VPHG)

Проблема VPHG

Резкая зависимость эффективности от угла падения

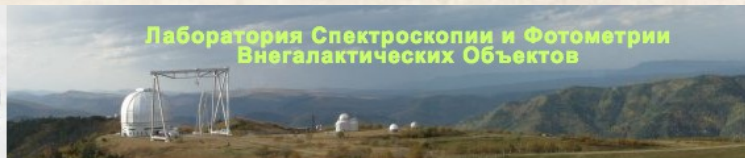


Заключение

Одна из основных проблем спектроскопии на SCORPIO 1/2— необходимость проводить наблюдения с относительно узкой щелью. Более всего это создает проблемы в задачах:

1. - Спектрофотометрии
2. - Измерения лучевых скоростей звездообразных объектов

Проблем можно избежать только понимая и четко соблюдая методику наблюдений, а это (к сожалению) зависит от опыта и квалификации наблюдателя

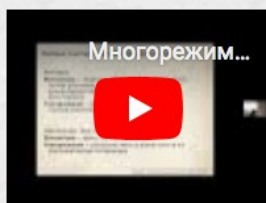


Лекции для аспирантов САО РАН.

"Многорежимный фокальный редуктор телескопа БТА" (2016/2020/2023 гг.

Лекция 1: [презентация в PDF](#)

Введение. Пределы детектирования звездообразных и протяженных объектов. Редуктор светосилы на большом телескопе. Семейство многорежимных "камер слабых объектов". Особенности конструкции 6-м телескопа БТА. Спектроскопия низкого разрешения на 6-м телескопе. SCORPIO (SCORPIO-1) и SCORPIO-2.

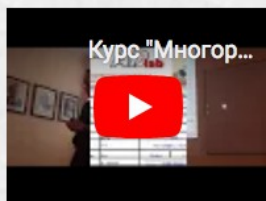


Лекция 2: [презентация в PDF](#)

Спектральное разрешение. Теория астрономического спектрографа. Согласование оптики телескопа и спектрографа. Дискретизация. Атмосферная дисперсия. Неравномерная засветка щели. Объемно-фазовые голографические решетки.

Лекция 3: [презентация в PDF](#)

ПЗС-детектор. Статистика отсчетов. Калибровки спектров низкого разрешения. Плоское поле. Телецентризм. Геометрическая коррекция.

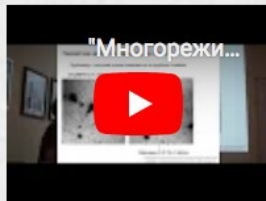


Лекция 4: [презентация в PDF](#)

Коррекция геометрии и "плоское поле" (продолжение). Литература

Лекция 5: [презентация в PDF](#)

Прямые снимки. "Плоское поле" в режиме изображений. Фотометрия протяженных и звездообразных объектов. Мультиобъектная спектроскопия.



Лекция 6: [презентация в PDF](#)

3D-спектроскопи. Блок IFU. Сканирующий интерферометр

1. Allington-Smith J., "Basic equations for astronomical spectroscopy with a diffraction gratings" [PDF](#)
2. "SCORPIO: руководство пользователя", на [веб-страничке прибора](#)
3. Афанасьев В.Л., Егоров О.В., Перепелицын А.Е., "Блок IFU в фокальном редукторе SCORPIO-2 для интегральной полевой спектроскопии на 6-м телескопе БТА", 2018, Астро. Бюлл., 73, 397 [PDF](#)
4. Afanasiev V.L., Moiseev A.V., "Scorpio on the 6m telescope: current state and perspectives for spectroscopy of galactic and extragalactic objects", 2011, Baltic Astronomy, 20, 363 [PDF](#)
5. Howell S.B., "Handbook of CCD Astronomy", 2nd edition, 2006
6. Афанасьев В.Л., Моисеев А.В., "Универсальный редуктор светосилы 6-м телескопа SCORPIO", 2005, ПАЖ, т. 31, с. 214 [PDF](#)
7. Афанасьев В.Л., Гакур Э.Б., Желенков С.Р., Моисеев А.В., "SCORPIO: редуктор светосилы первичного фокуса БТА", 2005, Bull.SAO, v. 58, p. 90 [PDF](#)
8. Афанасьева И.В. "Исследование искажения статистики отсчетов при наблюдениях с ПЗС посредством фактора Фано", 2016, Астро. Бюлл., 71, 396 [PDF](#)
9. Бурнашёв В.И., Бурнашёва Б.А., "Фотометрия и спектрофотометрия звёзд и галактик", Симферополь - 2016 [PDF](#)
10. Горда С. Ю. "Современные астрономические спектрометры и методы обработки спектрограмм", Екатеринбург - 2015 [PDF](#)
11. Миронов А.В. «Прецизионная фотометрия», МГУ, 1997 [веб-версия](#)
12. Моисеев А.В. «Обработка ПЗС-наблюдений со сканирующим интерферометром Фабри-Перо», 2001, BullSAO, 54, p. 74 [zipped PS](#)
13. Моисеев А.В. «К вопросу об измерении лучевых скоростей с прибором SCORPIO», 2008, Астро. Бюлл., 63, 74 [PDF](#)
14. Моисеев А.В., Егоров О.В. «Обработка ПЗС-наблюдений со сканирующим интерферометром Фабри-Перо. II. Дополнительные процедуры», 2008, Астро. Бюлл., 63, 193 [PDF](#)
15. Моисеев А.В. «Обработка ПЗС-наблюдений со сканирующим интерферометром Фабри-Перо. III. Уточнение шкалы длин волн», 2015, Астро. Бюлл., 70, 524 [PDF](#)
16. Щерлов П.В. «Проблемы оптической астрономии», Москва, «Наука», 1980